

Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit
im Studiengang Physik

vorgelegt von

Ramona Ettig

aus Frankfurt/Höchst

2006

Beobachtung des Tunnelns massiver Teilchen in Doppeltopfpotentialen

Die Diplomarbeit wurde von Ramona Ettig ausgeführt am

Kirchhoff-Institut für Physik

unter der Betreuung von

Herrn Prof. Dr. M. K. Oberthaler

Beobachtung des Tunnelns massiver Teilchen in Doppelpotentialen

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Dynamik eines kohärenten Atomstrahls metastabiler Argonatome in einem periodischen Doppelpotential untersucht. Ein Schwerpunkt liegt dabei auf der Präparation des optischen Potentials, welches durch die Überlagerung zweier stehender Lichtwellen erzeugt wird. Insbesondere wird dabei auf die experimentellen Schwierigkeiten, die bei der Herstellung eines symmetrischen Doppelpotentials entstehen, eingegangen. Die Symmetrie des Potentials reagiert sehr sensibel auf die relative Phase zwischen den beiden stehenden Lichtwellen und hängt damit kritisch von deren Polarisation ab. Dieser Aspekt wird detailliert in dieser Arbeit behandelt. Die Ergebnisse dazu waren eine wesentliche Voraussetzung zur Beobachtung des Tunnelns einzelner Atome zwischen den symmetrischen Doppelpotentialmulden. Die ersten experimentellen Daten zu den Tunnelmessungen werden präsentiert.

Diese Messungen sind ein entscheidender Schritt zur Untersuchung der Materiewelldynamik in einem getriebenen System, das durch die periodische Variation der relativen Phase zwischen den beiden stehenden Lichtwellen realisiert werden kann. Die vorliegende Konfiguration wird es möglich machen den bisher nur theoretisch vorhergesagten Effekt des *coherent destruction of tunneling* zu demonstrieren.

Observation of tunneling of massive particles in double-well potentials

In the scope of this thesis the dynamics of a coherent beam of metastable Argon atoms in a periodic double-well potential is discussed. We study the experimental implementation of the potential which is created by the superposition of two standing light waves. In particular we focus on the experimental difficulties that arise while preparing a symmetric double-well potential. The symmetry is very sensible to the relative phase of the standing light waves and critically depends on their polarization. This point is discussed in detail in this thesis and the results on that are used to prepare the setup for observing single atom tunneling between the symmetric wells. Furthermore our first experimental findings on the tunneling measurements are presented.

These measurements are an essential prerequisite for studying matter wave dynamics in a driven system which is realized by periodically varying the relative phase of the two standing light waves. This configuration will make it possible to proof the - so far not observed - *coherent destruction of tunneling*.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	5
2.1	Argon	5
2.2	Atom-Licht-Wechselwirkung	6
2.2.1	Das <i>dressed state</i> Modell	7
2.2.2	Dipolkraft	12
2.2.3	Spontane Emission	14
2.3	Simulationsmethoden	15
2.3.1	Zerlegung in ebene Wellen	15
2.3.2	Split-Step Fourier Methode	18
3	Erzeugung des Atomstrahls	21
3.1	Vakuum und Lasersysteme	21
3.2	Quelle	23
3.3	Kollimation	24
3.4	<i>Zeeman-Slower</i>	26
3.5	Funnel	27
3.6	Detektor	30
4	Design des Experiments	33
4.1	Doppeltopfpotential	33
4.1.1	Berechnung des Potentials	34
4.1.2	Eigenfunktionen und Eigenenergien	35
4.1.3	Tunneldynamik	36
4.1.4	Präparation des Anfangszustandes	38
4.2	Experimentelle Realisierung des Potentials	40
4.2.1	Stehwellen	40
4.2.2	Akusto-optischer Deflektor und Goldspiegel	41
4.3	Variationen des Potentials in Propagationsrichtung	43
4.3.1	Motoren	43
4.3.2	Filter	44
4.3.3	Rasierklängen	45

5	Experimentelle Ergebnisse	47
5.1	Vorbereitung des Experiments	47
5.1.1	Braggbeugung - Ausrichten des Spiegels	47
5.1.2	Messung der Potentialtiefe	49
5.2	Symmetrisierung des Doppelpotfes	49
5.2.1	Bestimmung der Schwebungsfrequenz	50
5.2.2	Bestimmung der idealen Position der absorptiven Stehwelle durch Spiegelscans	53
5.2.3	Analyse von Einzelbildern	55
5.2.4	Experimentelle Ergebnisse	56
5.3	Berücksichtigung der Polarisisation	57
5.3.1	Fresnel Formeln - Theoretische Beschreibung der Reflektion	57
5.3.2	Polarisationsabhängiges Doppelpotfpotential	60
5.3.3	Eigenfunktionen und Eigenenergien im schiefen Doppelpotf	64
5.4	Simulationen und Interpretation	65
5.4.1	Interpretation der Schwebungsperiodenmessung	65
5.4.2	Simulationen und Interpretationen der Spiegelscans	66
5.5	Tunneln im Doppelpotfpotential	72
6	Zusammenfassung und Ausblick	77
	Literaturverzeichnis	I

Kapitel 1

Einleitung

Die Quantenmechanik ist eine der größten naturwissenschaftlichen Errungenschaften und eine der weitreichendsten Theorien der modernen Physik. Sie entstand zunächst aus der Erkenntnis, dass die empirischen Fakten einiger grundlegender Experimente die Unzulänglichkeit der klassischen Physik offenbarten und Ideen zur Erklärung forderten. Dabei spielten die Lösung des Problems der Hohlraumstrahlung [1], der Photoelektrische Effekt [2] und der Compton-Effekt [3] im Zusammenhang mit der Teilcheneigenschaft von Licht eine große Rolle. Auf der anderen Seite wurde die Welleneigenschaft der Materie zunächst von De Broglie 1924 [4] theoretisch vorhergesagt und anhand von Experimenten von Davisson und Germer [5] mit Elektronen an Nickelkristallen 1927 bewiesen. Viele Vorhersagen der Quantenmechanik führten zu Anwendungen, die aus dem heutigen Lebensalltag nicht mehr wegzudenken sind. Eine dieser Vorhersagen ist der Tunneleffekt. Die Wahrscheinlichkeitsinterpretation des Betragsquadrates einer Wellenfunktion führt dabei zu der Möglichkeit einen klassisch verbotenen, energetisch höherliegenden Bereich zu durchqueren, da die Wahrscheinlichkeit das Teilchen in dem verbotenen Bereich zu finden nur exponentiell abnimmt und nicht direkt Null ist.

Der Tunneleffekt liegt vielfältigsten Prozessen zugrunde, wie dem α -Zerfall, der Photosynthese biologischer Organismen, und wird in technologischen Errungenschaften genutzt, wie im Rastertunnelmikroskop [6], der Zener-Dioden [7] oder bei Josephson-Kontakten [8].

Obwohl das theoretische Verständnis seit der Vorhersage von Hund 1927 [9] grundsätzlich gegeben war und die Nutzung des Effekts für technische Anwendungen gelingen konnte, fehlt bis heute noch immer die Möglichkeit das Tunneln massiver Teilchen zu kontrollieren und zu manipulieren. Die Kontrolle über das quantenmechanische Verhalten von Teilchen könnte noch ganz neue Möglichkeiten der Anwendung schaffen.

Das primäre Ziel dieses Experimentes ist daher nicht nur die Beobachtung des Tunnelns von Atomen in optischen Potentialen, was bereits im Rahmen dieser Arbeit erstmalig demonstriert werden konnte, sondern die Manipulation des Systems durch kontrollierten Eingriff. Die dadurch mögliche vollständige Unterdrückung der quantenmechanischen Grundeigenschaft eines Teilchens wurde von Grossmann et al. 1991 unter der Bezeichnung *coherent destruction of tunneling* [10] theoretisch vorhergesagt und im Detail untersucht. Das Fernziel dieses Experiments ist die Beobachtung dieses bislang experimentell nicht nachgewiesenen Effektes.

Für die Umsetzung der Untersuchung des Tunneleffekts bietet sich das Feld der Atomoptik besonders an. In diesem Bereich ist es dank Errungenschaften wie dem Laser und Mechanismen wie der Laserkühlung möglich, die klassische Rollenverteilung in der Optik umzukehren und atomaren Materiewellen durch mit Laserlicht erzeugte, optische Komponenten wie Linsen und Spiegel [11] zu leiten. Da Licht auf Atome eine Kraft ausübt [12], die auf der Impulsübertragung bei Absorptions- und anschließenden spontanen oder stimulierten Emissionsprozessen beruht [2], können Lichtfelder auf Atome wie Potentiale wirken. Es lassen sich somit sehr vielseitige Potentialformen für Atome erzeugen.

Für die Untersuchung der Tunneldynamik von massiven Teilchen ist die Form eines Doppeltopfes hervorragend geeignet. Die Präparation eines solchen Potentials ist vergleichsweise einfach, da ein periodisches Doppeltopfpotential durch die Überlagerung zweier stehender Lichtwellen erzeugt werden kann. Bei der Präparation des Doppeltopfpotentials im Experiment ist die Symmetrie der Doppeltopfmulden zueinander, v.a. im Hinblick auf weitere experimentelle Anwendungen wie der des *coherent destruction of tunneling* ein wichtiger Aspekt. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich daher ausgiebig mit der Problematik der Gewährleistung dieses wichtigen Details.

Die Umsetzung der Untersuchung des *coherent destruction of tunneling* kann dann vergleichsweise einfach durch ein Phasenverschieben zwischen den beiden den Doppeltopf erzeugenden Stehwellen gelingen. Dafür soll das System durch das Anlegen einer im Ort linearen und in der Zeit periodischen Störung getrieben werden. Die Bedeutung der Unterdrückung einer grundlegenden Eigenschaft eines Quantenteilchens wie der des Tunnelns ist immens und stellt eine neugewonnene Möglichkeit der Kontrolle des Zustandes eines Teilchens dar.

Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit den Voraussetzungen und den ersten Ergebnissen der Beobachtung der Tunneldynamik von Atomen in einem Doppeltopfpotential. Dabei propagiert ein Atomstrahl langsamer Argonatome durch ein periodisches Doppeltopfpotential. Die Atome können darin in transversale Richtung durch die mittlere Barriere tunneln.

Es wird die zur Durchführung der Experimente benötigte Erzeugung eines Atomstrahls kohärenter und vor allem langsamer Atome, sowie die Realisierung des entsprechenden Potentials, in dem die dynamischen Eigenschaften der Atome untersucht werden sollen, beschrieben. Außerdem werden erste experimentelle Ergebnisse zur Tunneldynamik vorgestellt.

Die Symmetrie des Doppeltopfpotentials ist eine Voraussetzung für die spätere Demonstration des Effekts des *coherent destruction of tunneling*, wie er von Grossmann et al. vorgeschlagen wurde, weswegen in dieser Arbeit der Schwerpunkt auf die Gewährleistung der Ansprüche an die Symmetrie des Potentials gelegt wurde.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde festgestellt, dass die Polarisierung der Stehwellen, aus denen das Potential erzeugt wird, einen großen Einfluss auf die Symmetrie des Potentials ausübt. Mit Hilfe dieser Kenntnis und der Berücksichtigung daraus resultierender Konsequenzen konnten die bis dahin gemachten experimentellen Ergebnisse verstanden und daraufhin erstmals die Tunneldynamik im Doppeltopfpotential beobachtet werden.

In Kapitel 2 wird zunächst ganz allgemein die Wechselwirkung von Atomen mit Licht beschrieben, um eine Grundlage für die Prozesse zu schaffen, die in den folgenden Kapiteln auftreten. Da die Interpretation der experimentellen Daten mit Simulationen erfolgt, wird in diesem Abschnitt außerdem ein kurzer Überblick über die numerischen Methoden zur Berechnung der Dynamik der Atome gegeben.

Ebenso ist in Kapitel 3 als Grundlage die Erzeugung des Atomstrahls dargestellt. Das Konzept, das für die Erzeugung eines langsamen Atomstrahls herangezogen wird, ist die Laserkühlung. In diesem Kapitel erfolgt die Beschreibung der in unserem Aufbau genutzten Elemente zur Kühlung, Kollimation und Präparation des Atomstrahls.

In Kapitel 4 erfolgt schließlich eine konkretere Beschreibung der Schwierigkeiten zur Realisierung eines symmetrischen Doppeltopfpotentials. Bereits ohne die Kenntnis des Einflusses der Polarisierung erfordert dies hohe Ansprüche an Genauigkeit und präzise Justage. Da das Potential durch die Überlagerung zweier Lichtwellen [13] erzeugt wird, die von einem Spiegel reflektiert werden und so stehende Lichtwellen erzeugen, ist der Winkel unter dem die Lichtfelder relativ zueinander auf den Spiegel treffen sehr kritisch für die entstehende Potentialform. Die Theorie der Wechselwirkung der Atome speziell mit den auf diese Weise realisierten Doppeltopfpotentialen wird ebenfalls in diesem Kapitel behandelt und führt unter anderem zur Tunneldynamik.

Um die Gegebenheiten im Experiment, also insbesondere die Form des Potentials zu überprüfen, werden Vormessungen durchgeführt. Die Methoden, die hierbei zum Einsatz kommen und einige experimentelle Ergebnisse dazu werden im letzten Kapitel vorgestellt. Da die Ergebnisse dieser Vormessungen nicht die erwarteten Ergebnisse lieferten und daraufhin eine genauere Analyse der Vorgänge durchgeführt wurde, enthält dieses Kapitel die Betrachtungen des Einflusses der Polarisierung auf das Doppeltopfpotential. Nur durch die Berücksichtigung der Polarisierung und damit das Verständnis der Ergebnisse aus den Vormessungen, war es möglich die ersten experimentellen Ergebnisse zur Tunneldynamik zu erhalten. Diese Ergebnisse werden ebenfalls in diesem Kapitel vorgestellt.

Kapitel 2

Theorie

Das Ziel dieses Kapitels ist die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung bereitzustellen. In Abschnitt 2.1 wird das im Experiment genutzte Element Argon vorgestellt. Dies hilft zu verstehen, warum das im Abschnitt 2.2 besprochene Modell des Zwei-Niveau-Systems verwendet werden kann. Um die Wechselwirkung zwischen den Atomen und einer Stehwelle berechnen zu können, ist es sinnvoll das Modell der *dressed states* einzuführen. Im Bild der *dressed states* lässt sich das System für unsere Parameter auf einen Zustand reduzieren, der sich in einem, durch die Atom-Licht-Wechselwirkung hervorgerufenen, Potential bewegt. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben wird, die Dynamik der atomaren Materiewelle berechnen und damit die durchgeführten Experimente simulieren.

2.1 Argon

Argon ist ein Edelgas mit der Kernladungszahl 18. Das Element wurde im Jahr 1895 als Bestandteil der Luft von Lord Rayleigh und Sir William Ramsay entdeckt [14]. Im Experiment wird das mit 99.6% am häufigsten vorkommende Isotop ^{40}Ar verwendet. Das Element eignet sich aus mehreren Gründen sehr gut für atomoptische Experimente:

- Als Edelgas ist Argon extrem reaktionsträge. Wechselwirkungen mit den Bestandteilen des experimentellen Aufbaus können damit vollständig vernachlässigt werden.
- Es besitzt ein besonders geeignetes Termschema für die Atomoptik:
 1. Argon hat einen gg -Kern und weist damit keine Hyperfeinaufspaltung auf, was das Termschema stark vereinfacht.
 2. Das Termschema enthält zwei Zustände, die eine ausreichende Lebensdauer besitzen, so dass man Experimente mit metastabilem Argon durchführen kann. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete metastabile Zustand hat eine Lebensdauer von 38s [15], was groß ist gegenüber allen experimentellen Zeitskalen, und kann deswegen in unserem Zusammenhang als stabil angesehen werden.

3. Dieser metastabile Zustand hat den Vorteil, dass es durch die hohe innere Energie von 12eV möglich ist, die Atome mit einem Detektor einzeln und räumlich aufgelöst nachzuweisen (siehe Abschnitt 3.6).
4. Weiterhin ist es für die Methoden der Atomoptik sehr entscheidend, dass für die Elektronenübergänge im Atom auch Laser existieren, welche die benötigten Wellenlängen liefern. Dies ist für Argon für viele Übergänge der Fall, mit einer wichtigen Ausnahme: Der Übergang vom Grundzustand in die metastabilen Zustände muss alternativ erreicht werden. In diesem Experiment werden die Argonatome in einer Gasentladung durch inelastische Stöße angeregt (siehe Abschnitt 3.2).

Termschema und wichtigste Übergänge

Die relevanten Übergänge des Termschemas sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Die Terme sind dabei in der *Paschen-Notation* beschriftet. Besonders wichtig sind für uns die Übergänge vom metastabilen Niveau $1s_5$ in den Zustand $2p_9$ bzw. $2p_8$.

Der Übergang $1s_5 \rightarrow 2p_9$ wird in den Experimenten sowohl für die Laserkühlung genutzt, als auch für die Erzeugung der Stehwellenpotentiale, durch die die Dynamik der atomaren Materiewelle untersucht werden soll. Es handelt sich dabei um einen geschlossenen Dipolübergang, von dem aus die Atome wieder in den Zustand $1s_5$ zurückfallen. Die Eigenschaft der absoluten Geschlossenheit ist für Laserkühlungsvorgänge sehr vorteilhaft, da dann kein Rückpumpen in den Kühlübergang notwendig wird.

Der Übergang $1s_5 \rightarrow 2p_8$ ist offen, d.h. hier fallen nur etwa 31% der angeregten Atome in den metastabilen Zustand zurück. Der Großteil von 69% geht in den Zustand $1s_4$ bzw. $1s_2$ über, von dem aus die Atome weiter in den Grundzustand zerfallen. Da nur Atome im metastabilen Zustand detektiert werden, kann dieser Übergang dazu genutzt werden, Atome durch die Absorption eines Photons „verschwinden zu lassen“, sozusagen zu *absorbieren*. Ist das Licht dieses Lasers gemeint, der den Übergang induziert, wird im Folgenden von der *Absorptiven Stehwelle* gesprochen, da die Atome durch die Wechselwirkung mit diesem Laserlicht für die experimentellen Ergebnisse wie *absorbiert* sind.

2.2 Atom-Licht-Wechselwirkung

Für die theoretische Beschreibung der Wechselwirkung mit einem Laserfeld genügt es in unserem Fall von einem Zwei-Niveau-System zu sprechen, da die Frequenz des verwendeten Laserlichtes nur wenig von einer inneratomaren Übergangsfrequenz abweicht.

Außerdem wird hier ausschließlich von der Wechselwirkung mit demjenigen Potential gesprochen, das im Experiment für die Untersuchung der Dynamik der Atome genutzt wird. Daher beziehen sich die folgenden Betrachtungen alle auf den geschlossenen Übergang $1s_5 \rightarrow 2p_9$ und folglich spielen nur der metastabile Zustand $|m\rangle$ und der angeregte Zustand $|e\rangle$ eine Rolle.

Die folgenden Abschnitte orientieren sich an Lehrbüchern von Meystre [16] und Cohen-Tannoudji [17], sowie der Veröffentlichung von Dalibard und Cohen-Tannoudji [18].

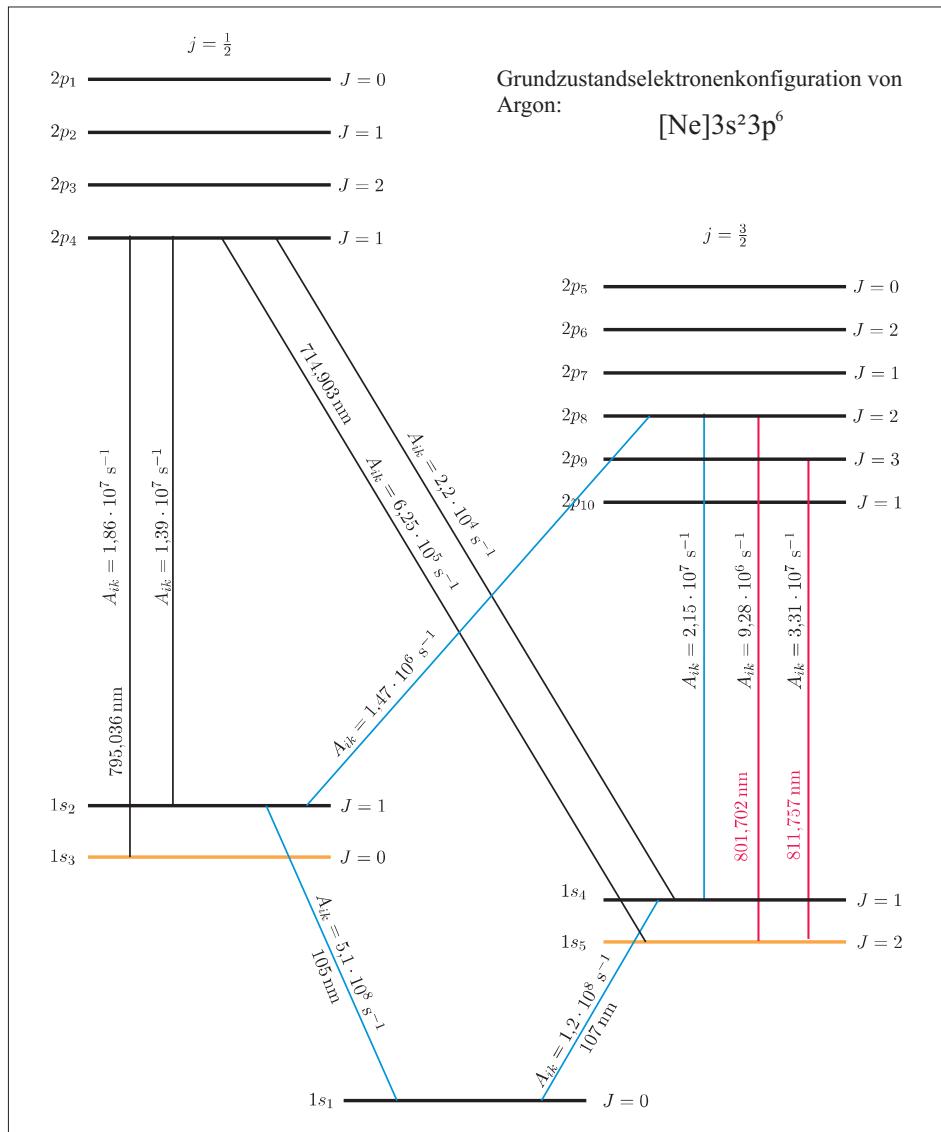


Abbildung 2.1: Energieniveaus im Argonatom in Paschen-Notation. Die orange gezeichneten Zustände $1s_3$ und $1s_5$ sind metastabil. Die rot eingezeichneten Übergänge sind die in unserem Experiment für Laserkühlung, Absorption und Stehwellerzeugung verwendeten, die blau gezeichneten Übergänge zeigen die Möglichkeiten der Atome in den Grundzustand überzugehen. Für atomoptisch relevante Dipolübergänge sind Einstein-Koeffizienten und Übergangswellenlängen angegeben.

2.2.1 Das *dressed state* Modell

Das *dressed state* Modell beschreibt die Wechselwirkung von Atomen in einem Lichtfeld. Dabei wird ein gekoppeltes System bestehend aus einem Atom und den Photonen einer bestimmten Lasermode angenommen. Ziel dieses Abschnittes ist die Berechnung der Eigenzustände in diesem Bild der *dressed states*.

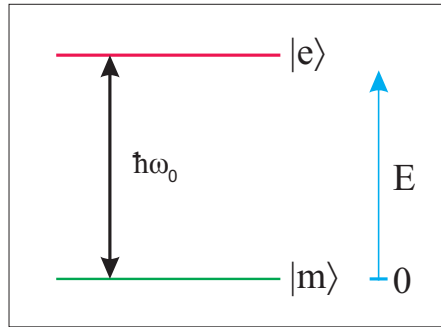


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des Zwei-Niveau-Atoms. Als Energienullpunkt wurde die Energie des metastabilen Zustandes $|m\rangle$ gewählt, die des angeregten Zustandes $|e\rangle$ beträgt $\hbar\omega_0$.

Zwei-Niveau-System

Man betrachtet ein System, in dem ein Atom in einem metastabilen Zustand $|m\rangle$ vorliegt, aus dem es über ein quasiresonantes Lichtfeld in den Zustand $|e\rangle$ angeregt werden kann. Die Situation ist in Abbildung 2.2 veranschaulicht. Der Zustand $|m\rangle$ stellt für die folgenden Betrachtungen demnach den „Grundzustand“ des Atoms dar. Um die zeitliche Entwicklung des Systems zu beschreiben, stellt man die *zeitabhängige Schrödinger Gleichung* auf, in welcher die Wechselwirkung zwischen Lichtfeld und Atom ganz allgemein über den Hamiltonoperator:

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_L + \hat{H}_{AL} \quad (2.1)$$

ausgedrückt ist. Hier stellt \hat{H}_A den atomaren Hamiltonoperator, \hat{H}_L den Anteil des Lichtfeldes und \hat{H}_{AL} den Wechselwirkungsoperator zwischen Atom und Lichtfeld dar.

Für eine vollständige Beschreibung des Systems ist noch ein weiterer Wechselwirkungsterm zu berücksichtigen. Dieser entspricht dem Reservoir an elektromagnetischen Moden, die nicht besetzt sind. Die Kopplung des Systems an diesen Term ist unter anderem für die spontane Emission verantwortlich. In den folgenden Unterkapiteln wird dieser Anteil vorerst vernachlässigt. Der Vollständigkeit halber wird er in Abschnitt 2.2.3 gesondert behandelt.

Hamiltonoperator im *dressed state* Modell

Im Modell der *dressed states* wird der Anteil der kinetischen Energie des atomaren Hamiltonoperators \hat{H}_A vernachlässigt. Für unseren Fall kann man dafür das Atom sozusagen als sich langsam bewegendes Punktteilchen ansehen und die Wechselwirkung mit dem Lichtfeld an einem bestimmten Ort \mathbf{r} betrachten.

Im Rahmen des *dressed states* Modells ergeben sich daher die einzelnen Terme des Hamiltonoperators folgendermaßen:

Der Operator \hat{H}_A des Atoms setzt sich aus der kinetischen Energie der Schwerpunktsbewegung und der Energie der internen Freiheitsgrade (wie z.B. Anregungsenergien)

zusammen

$$\hat{H}_{A,allg} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| \quad (2.2)$$

$$\hat{H}_A \approx \hbar\omega_0|e\rangle\langle e|. \quad (2.3)$$

Hierbei wurde die Energie des Niveaus $|m\rangle$ als Energienullpunkt gewählt, die Energie des Zustandes $|e\rangle$ beträgt $\hbar\omega_0$ mit der atomaren Resonanzfrequenz ω_0 .

Für den Hamiltonoperator der Lasermode l lässt sich schreiben

$$\hat{H}_L = \hbar\omega_l \left(\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l + \frac{1}{2} \right) \quad (2.4)$$

mit den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren \hat{a}_l^\dagger und \hat{a}_l für ein Photon in der Lasermode mit Kreisfrequenz ω_l . Der Nullpunktsanteil $1/2$ kann vernachlässigt werden, wenn von einer sehr großen Anzahl von Photonen in den Moden ausgegangen wird.

Der Wechselwirkungsoperator \hat{H}_{AL} koppelt das Atom an das Lichtfeld. Ist die betrachtete Wellenlänge groß gegenüber der atomaren Längeneinheit ($a_0 \sim 10^{-10}$ m), kann man annehmen, dass sich das Feld auf dieser Längenskala nur wenig ändert. In dieser sogenannten *elektrischen Dipolnäherung* vernachlässigt man höhere Multipolordnungen (wie Quadrupol, Oktupol,...) und geht davon aus, dass das Feld $\hat{\mathbf{E}}$ nur Dipolmomente induziert. Man setzt daher

$$\hat{H}_{AL}(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}_l(\mathbf{r}) \quad (2.5)$$

Hierbei ist $\hat{\mathbf{d}}$ der Dipoloperator

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}_{me} [|e\rangle\langle m| + |m\rangle\langle e|], \quad (2.6)$$

mit dem Dipol-Matrixelement $\mathbf{d}_{me} = \langle m|\hat{\mathbf{d}}|e\rangle$ sowie

$$\hat{b}^\dagger = |e\rangle\langle m| \quad \text{und} \quad \hat{b} = |m\rangle\langle e|, \quad (2.7)$$

den atomaren Auf- und Absteigeoperatoren, und $\hat{\mathbf{E}}_l(\mathbf{r})$ dem Operator des elektrischen Feldes der Feldmode l

$$\hat{\mathbf{E}}_l(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0 V}} \boldsymbol{\epsilon} \left(\hat{a}_l e^{i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} + \hat{a}_l^\dagger e^{-i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} \right). \quad (2.8)$$

Der Operator ist am Ort \mathbf{r} des Atoms auszuwerten. Dabei gibt $\boldsymbol{\epsilon}$ die Richtung der Polarisation an, V ist ein Normierungsvolumen. Folglich ergibt sich

$$\begin{aligned} \hat{H}_{AL}(\mathbf{r}) = & -\sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0 V}} \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{d}_{me} \left[\hat{a}_l^\dagger \hat{b} e^{-i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} + \hat{a}_l \hat{b}^\dagger e^{i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} + \dots \right. \\ & \left. \hat{a}_l \hat{b} e^{i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} + \hat{a}_l^\dagger \hat{b}^\dagger e^{-i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} \right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

Die einzelnen Terme in Gleichung 2.9 können folgendermaßen interpretiert werden: Der erste Term steht für den Zerfall des angeregten Niveaus $|e\rangle$ in den metastabilen Zustand $|m\rangle$ unter Emission, also Erzeugung eines Photons. Dieser Prozess entspricht der stimulierten Emission. Term zwei beschreibt die Anregung vom metastabilen Zustand $|m\rangle$

in den Zustand $|e\rangle$ bei gleichzeitiger Vernichtung eines Photons - also unter Absorption eines Photons.

Die letzten beiden Terme beschreiben die Prozesse, wenn ein Übergang von $|e\rangle$ nach $|m\rangle$ unter Absorption eines Photons stattfindet, beziehungsweise wenn die Anregung von $|m\rangle$ nach $|e\rangle$ unter Emission eines Photons stattfindet. Diese beiden Prozesse sind sehr unwahrscheinlich aufgrund der Verletzung der Energieerhaltung und können deshalb im Rahmen der sogenannten *rotating wave approximation* vernachlässigt werden. Es bleibt also der folgende Anteil für \hat{H}_{AL} übrig:

$$\hat{H}_{AL}(\mathbf{r}) \approx -\sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0 V}} \boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{d}_{me} \left[\hat{a}_l |e\rangle\langle m| e^{-i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} + \hat{a}_l^\dagger |m\rangle\langle e| e^{i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} \right]. \quad (2.10)$$

Es ist sinnvoll im *dressed state* Modell das elektrische Feld als klassisch anzunehmen. Dies ist möglich sobald die mittlere Anzahl der Photonen $\langle N \rangle$ in der Lasermode sehr groß ist. Das Entscheidende daran ist, dass die Veränderung des Lichtfeldes durch die Wechselwirkung mit dem Atom vernachlässigt werden und das Feld somit als konstantes von außen gegebenes elektromagnetisches Feld angenommen werden kann. Unter diesen Umständen kann man für den Feldoperator $\hat{\mathbf{E}}_l$ vereinfacht schreiben

$$\hat{\mathbf{E}}_l(\mathbf{r}) \approx \boldsymbol{\mathcal{E}}_0(\mathbf{r}) = 2\epsilon \sqrt{\frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0 V}} \sqrt{\langle N \rangle}. \quad (2.11)$$

Dabei ist weiterhin $\boldsymbol{\mathcal{E}}_0(\mathbf{r})$ ortsabhängig und an der entsprechenden Position des Atoms auszuwerten. Die Kopplung zwischen Atom und Feld wird im Folgenden durch die Rabi-Frequenz ausgedrückt, die durch das elektrische Feld ebenfalls ortsabhängig ist.

$$\tilde{\Omega}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{d}_{me} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_0(\mathbf{r})}{\hbar} \quad (2.12)$$

$$= \Gamma \sqrt{\frac{I(\mathbf{r})}{2I_s}} \quad (2.13)$$

Im zweiten Schritt wurde die Rabi-Frequenz auf die experimentell leichter zugänglichen Größen Intensität $I(\mathbf{r})$, natürliche Linienbreite Γ des Überganges und Sättigungsintensität $I_s = \hbar\omega_0^3 \Gamma / 12\pi c^2$ zurückgeführt.

Damit ergibt sich in der Basis $\{|e\rangle, |m\rangle\}$ für den gesamten Hamiltonoperator $\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_L + \hat{H}_{AL}(\mathbf{r})$:

$$\hat{H}(\mathbf{r}) = (N+1) \hbar\omega_l \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -2\Delta & \tilde{\Omega}(\mathbf{r}) \\ \tilde{\Omega}(\mathbf{r}) & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

wobei die Verstimmung $\Delta = \omega_l - \omega_0$ eingeführt wurde.

Aufgrund der Wechselwirkung mit dem Lichtfeld treten hier Außerdiagonalelemente auf, wodurch die Eigenzustände des Systems nicht mehr denjenigen eines ungestörten Atoms entsprechen.

Zustände im *dressed states* Modell

Berechnet man die Eigenenergien dieses Hamiltonoperators, so erhält man

$$E_1(\mathbf{r}) = (N+1)\hbar\omega_l - \frac{\hbar}{2} \cdot \Delta + \frac{\hbar}{2} \cdot \Omega(\mathbf{r}) \quad (2.15)$$

$$E_2(\mathbf{r}) = (N+1)\hbar\omega_l - \frac{\hbar}{2} \cdot \Delta - \frac{\hbar}{2} \cdot \Omega(\mathbf{r}), \quad (2.16)$$

mit der sogenannten *verallgemeinerten Rabi* Frequenz $\Omega(\mathbf{r})$:

$$\Omega(\mathbf{r}) = \sqrt{\Delta^2 + \tilde{\Omega}(\mathbf{r})^2} \quad (2.17)$$

Die Diagonalisierung des Hamiltonoperators, also der Übergang von der Basis der Zustände $|m\rangle$ oder $|e\rangle$ in die der *dressed states* lässt sich durch die unitäre Transformation $\hat{U}(\mathbf{r})$ erreichen

$$\hat{H}' = \hat{U}^\dagger \hat{H} \hat{U} \quad \text{mit} \quad \hat{U}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \cos \phi(\mathbf{r}) & -\sin \phi(\mathbf{r}) \\ \sin \phi(\mathbf{r}) & \cos \phi(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Dabei ist der Winkel $\phi(\mathbf{r})$ gegeben durch:

$$\phi(\mathbf{r}) = \arctan \left(\frac{(-\Delta \pm \Omega(\mathbf{r}))}{\tilde{\Omega}(\mathbf{r})} \right) \quad (2.19)$$

Die zugehörigen Eigenzustände lassen sich als Linearkombination der Zustände $|m\rangle$ und $|e\rangle$ darstellen:

$$|1(N)\rangle(\mathbf{r}) = \sin(\phi(\mathbf{r})) |m, N+1\rangle + \cos(\phi(\mathbf{r})) |e, N\rangle, \quad (2.20)$$

$$|2(N)\rangle(\mathbf{r}) = \cos(\phi(\mathbf{r})) |m, N+1\rangle - \sin(\phi(\mathbf{r})) |e, N\rangle. \quad (2.21)$$

$$(2.22)$$

Bei verschwindender Wechselwirkung des Atoms mit dem Laserfeld werden die Eigenzustände allein durch die Zahl N der Laserphotonen und den Zustand $|m\rangle$ oder $|e\rangle$ charakterisiert, man nennt sie in diesem Zusammenhang *bare states*. Energetisch benachbarte Zustände, wie zum Beispiel $|m, N+1\rangle$ und $|e, N\rangle$, werden in Mannigfaltigkeiten \mathcal{E}_n zusammengefasst, die durch die unterschiedliche Anzahl der Photonen N im System voneinander getrennt sind. Die Atom-Licht-Wechselwirkung koppelt die *bare states* einer Mannigfaltigkeit. Die bisher als unabhängige Größen behandelten Energien der Atome und des Laserfeldes werden durch die Kopplung zu einer neuen Energie zusammengefasst, zu den Eigenenergien der *dressed states*. Die Energie eines *dressed state* umfasst daher die Gesamtenergie im System „Atom im Lichtfeld“.

In Abbildung 2.3 ist der Übergang von einem Atom in ein Lichtfeld und damit der Wechsel von den *bare states* in die *dressed states* veranschaulicht. Die Verschiebung der Energieeigenzustände ist auch als *AC-Stark-shift* bekannt.

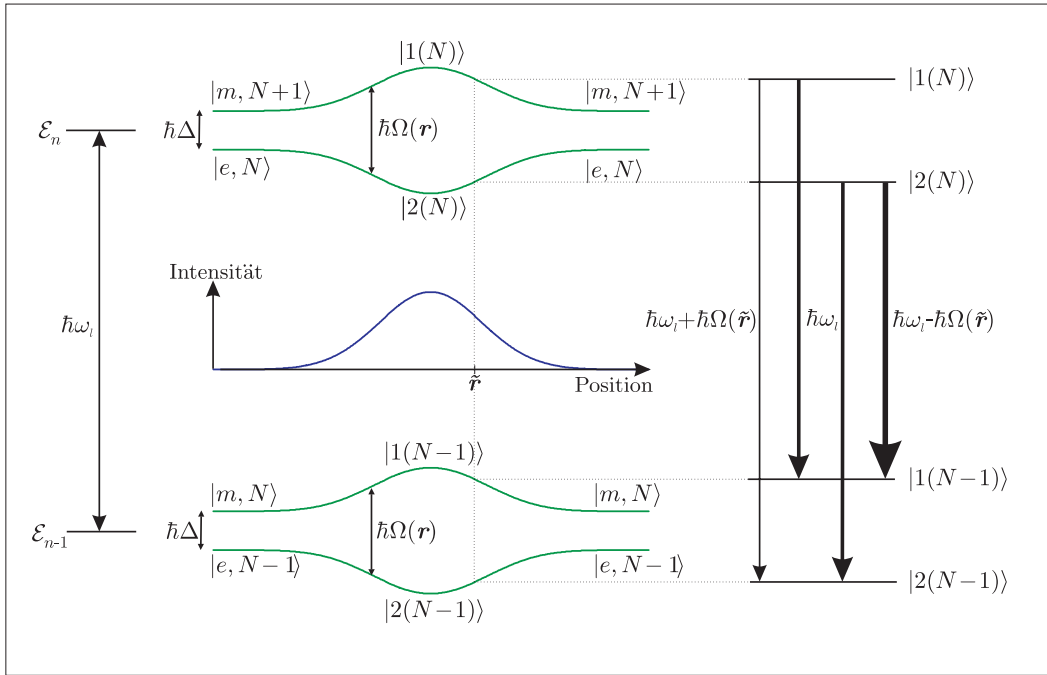


Abbildung 2.3: Übergang eines Atoms in ein Lichtfeld mit gaußischem Profil. Gezeichnet ist die Abhängigkeit der Energien der Eigenzustände eines Zwei-Niveau-Atoms in einem blauerstimmten Lichtfeld. Auf der rechten Seite sind mögliche Übergänge zwischen den *dressed states* durch spontane Emission eingezeichnet. Die Dicke der Pfeile deutet dabei die Größe der Übergangswahrscheinlichkeit an.

2.2.2 Dipolkraft

Tritt ein Atom in ein Lichtfeld ein, dessen Intensität sich hinreichend langsam ändert, so kann die Dynamik in der *adiabatischen Näherung* beschrieben werden.

Dies bedeutet, dass die Atome während der Bewegung durch das Lichtfeld in ihren Zuständen verbleiben und ihre ortsabhängigen Eigenenergien direkt als Potential wirken. Geht man zum Beispiel vom Zustand $|m, N+1\rangle$ aus und lässt das Atom langsam in ein Lichtfeld mit der Intensität I einlaufen, entwickelt sich der Zustand $|m, N+1\rangle$ adiabatisch in den Zustand $|1(N)\rangle$, sofern die Intensität langsam genug ansteigt und somit die innere Dynamik des Atoms wesentlich schneller ist, als die durch den Anstieg der Intensität verursachte Änderung der Eigenzustände. Verändert sich hingegen das Potential sehr schnell bzw. bewegt sich das Atom sehr schnell durch das Potential, können durch den schnellen Anstieg des Potentials induzierte Übergänge in andere Niveaus auftreten. Anschaulich passiert dies folgendermaßen: Nehmen wir an, das Atom befindet sich im feldfreien Raum im Zustand $|m, N+1\rangle$. Wird nun das Laserlicht abrupt eingeschaltet, geht der Zustand des Atoms in diejenige Superposition der *dressed states* über, die den Zustand $|m, N+1\rangle$ ergibt. Das heißt, zur Beschreibung der Situation sind nun mehr als ein Zustand nötig. In den hier betrachteten Experimenten wird vorausgesetzt, dass die Näherung des *adiabatischen* Übergangs erfüllt ist. Das Lichtfeld, das hier als Potential wirkt, wird dafür entsprechend präpariert.

Welcher der beiden Zustände die Dynamik bestimmt hängt vom Vorzeichen der Verstimmung ab. Handelt es sich um ein blauverstimmtes Lichtfeld, so ist $\omega_l > \omega_0$ und der Zustand $|m, N + 1\rangle$ liegt energetisch um $\hbar\Delta$ höher als der zur gleichen Mannigfaltigkeit \mathcal{E}_n gehörende Zustand $|e, N\rangle$. Daraus folgt, dass der Zustand $|m, N + 1\rangle$ mit steigender Intensität den größeren Anteil der Wellenfunktion des Atoms im Lichtfeld ausmacht und damit die Kraftwirkung vom Zustand $|1(N)\rangle$ dominiert wird. Über die Rabifrequenz hängt die Energie der *dressed states* von der Intensität des Lichts ab. Die Energie des Atoms wird also immer größer je größer die Intensität des Lichtfeldes wird (siehe Abbildung 2.3). Das Atom wird folglich zu Intensitätsminima hingezogen, da dies energetisch günstiger ist (*low-field seeking*).

Ist das Lichtfeld rotverstimmt ($\Delta < 0$), vertauschen die beiden Zustände $|m, N + 1\rangle$ und $|e, N\rangle$ ihre Energiepositionen. Die Folge ist eine stärkere Bevölkung des Niveaus $|2(N)\rangle$, wodurch die Nettokraftwirkung von diesem Zustand herrührt. Dies ergibt eine Verringerung der Energie des Zustandes $|m, N + 1\rangle$ bei steigender Laserintensität, was zu einer Kraftwirkung in Richtung des Intensitätsmaximums des Lichtfeldes führt. Dieser Effekt wird im Gegensatz zur blauen Verstimmung des Laserlichtes *high-field seeking* genannt.

Geht man von der adiabatischen Näherung aus, kann man diese sogenannte *Dipolkraft*, die hierbei auf ein Atom im Zustand k wirkt, folgendermaßen berechnen:

$$\mathbf{F}_k(\mathbf{r}) = -\nabla E_k(\mathbf{r}). \quad (2.23)$$

Mit der so ermittelten Kraftwirkung lässt sich zum Beispiel in einer semiklassischen Theorie die Trajektorie des Atoms im Lichtfeld durch die Integration der Newtonschen Bewegungsgleichungen ermitteln [19],[20].

Für die Gültigkeit der adiabatischen Näherung ist es insbesondere wichtig, dass das Detuning des Laserlichtes groß ist. Da die Energieunterschiede zwischen den verschiedenen *dressed states* proportional zum Detuning sind, bewirkt ein großes Detuning, dass beim Eintreten in das Lichtfeld die Besetzung eines anderen *dressed states* unwahrscheinlich ist.

Die Eigenenergie des Zustandes lässt sich folgendermaßen vereinfachen

$$E_1(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar}{2} \cdot \Delta + \frac{\hbar}{2} \cdot \Omega(\mathbf{r}) \quad (2.24)$$

$$= \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Delta^2 + \tilde{\Omega}^2(\mathbf{r})} - \frac{\hbar}{2} \Delta \quad (2.25)$$

$$= \frac{\hbar}{2} \Delta \sqrt{1 + \frac{\tilde{\Omega}^2(\mathbf{r})}{\Delta^2}} - \frac{\hbar}{2} \Delta \quad \text{mit} \quad \Delta \gg \tilde{\Omega}(\mathbf{r}) \quad (2.26)$$

$$\approx \frac{\hbar}{2} \Delta \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Omega}^2(\mathbf{r})}{\Delta^2} \right) - \frac{\hbar}{2} \Delta \quad (2.27)$$

$$= \frac{\hbar \tilde{\Omega}^2(\mathbf{r})}{4\Delta} = V(\mathbf{r}). \quad (2.28)$$

Dabei ist der Anteil der Energie des Laserfeldes nicht berücksichtigt worden.

Ist das Lichtfeld eine Stehwelle in x -Richtung, ergibt sich für $\tilde{\Omega}(x) = \tilde{\Omega} \cdot \cos(kx)$, wobei k dem Wellenvektor der Stehwelle entspricht. Das Potential für ein Atom im *dressed state* Modell in einer Stehwelle ergibt sich also in der *adiabatischen Näherung* durch die Dipolkraft zu:

$$V(x) = \frac{\hbar\tilde{\Omega}^2}{4\Delta} \cos^2(kx). \quad (2.29)$$

Im Rahmen dieser Theorie und der durchgeführten Näherungen kann die kinetische Energie auch quantenmechanisch mit einbezogen werden. Der Gesamthamiltonian eines Atoms, das sich durch ein Stehwellenfeld bewegt, ergibt sich dann einfach zu

$$\hat{H}_{ges} = \hat{H}_{kin} + \hat{H}_{pot} \quad (2.30)$$

$$\hat{H}_{ges} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x). \quad (2.31)$$

Die zu lösende *Schrödinger Gleichung* lautet damit

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\hbar\tilde{\Omega}^2}{4\Delta} \cos^2(kx) \right) \psi(x, t). \quad (2.32)$$

In Abschnitt 2.3 werden numerische Lösungsmethoden vorgestellt.

2.2.3 Spontane Emission

Die spontane Emission wurde bisher in den Berechnungen vernachlässigt, weil für unsere Betrachtungen aufgrund der großen Verstimmung, das in unseren Experimenten vorliegt, spontane Emission keine entscheidende Rolle spielt. Der Vollständigkeit halber möchte ich in diesem Abschnitt dennoch darauf eingehen.

Es handelt sich dabei um einen Prozess der Wechselwirkung mit dem Reservoir der Vakuummoden des elektromagnetischen Feldes. Die Anzahl der in der Lasermode vorhandenen Photonen N bleibt daher unverändert, die Emission findet in bis dahin unbesetzte Feldmoden statt. Die Übergangsraten $\Gamma_{i \leftarrow j}^{(0)}$ zwischen den *bare states* lassen sich mit Hilfe von *Fermis Goldener Regel* berechnen (siehe z.B. [21]). Im Falle des ungestörten Zwei-Niveau-Atoms kann lediglich der angeregte Zustand mit der Rate Γ in den metastabilen Zustand zerfallen. Man erhält daher:

$$\Gamma_{i \leftarrow j}^{(0)} = \Gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Für die *dressed states* ergeben sich die Übergangsraten mit der Transformation 2.18 in die Basis der *dressed states* ([19]):

$$\Gamma_{i \leftarrow j}(\mathbf{r}) = |\hat{U}^\dagger(\mathbf{r})|^2 \Gamma_{i \leftarrow j}^{(0)} |\hat{U}(\mathbf{r})|^2 \quad (2.34)$$

Hierbei sind die Betragsquadrate elementweise zu bilden. Man erhält damit:

$$\Gamma_{i \leftarrow j}^{(0)} = \Gamma \begin{pmatrix} \cos^2 \phi(\mathbf{r}) \sin^2 \phi(\mathbf{r}) & \cos^4 \phi(\mathbf{r}) \\ \sin^4 \phi(\mathbf{r}) & \cos^2 \phi(\mathbf{r}) \sin^2 \phi(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Hier sind alle Matrixelemente von Null verschieden, wonach alle Übergänge erlaubt sind, sowohl zwischen verschiedenen *dressed state* Typen als auch zwischen gleichen Typen. Das war gerade bei den *bare states* nicht möglich. Da hier kein Lichtfeld vorliegt und keine mit diesem Feld korrelierten Zustände existieren. In Abbildung 2.3 sind die Übergänge mit eingezeichnet.

Der Zerfall eines *dressed state* ist dadurch möglich, dass jeder *dressed state* aus einer Superposition von $|m\rangle$ und $|e\rangle$ besteht und damit Anteile von beiden Zuständen enthält. Der Anteil des Zustandes $|m\rangle$ macht den *dressed state* zu einem möglichen End-, der Anteil von $|e\rangle$ macht ihn zu einem möglichen Ausgangszustand eines optischen Emissionsprozesses. Je größer der Überlapp, desto wahrscheinlicher der Übergang und desto kurzlebiger der Zustand. Man beobachtet daher ein Fluoreszenzspektrum von drei unterschiedlich starken Linien, das sogenannte *Mollow-Triplett* [22], mit den Frequenzen [18]

$$\omega_l + \Omega(\mathbf{r}) \quad \text{für} \quad |1(N)\rangle \rightarrow |2(N-1)\rangle \quad (2.36)$$

$$\omega_l - \Omega(\mathbf{r}) \quad \text{für} \quad |2(N)\rangle \rightarrow |1(N-1)\rangle \quad (2.37)$$

$$\omega_l \quad \text{für} \quad |1(N)\rangle \rightarrow |1(N-1)\rangle \quad (2.38)$$

$$\text{sowie} \quad |2(N)\rangle \rightarrow |2(N-1)\rangle. \quad (2.39)$$

Bei unseren Messungen sind die Laser hinreichend weit verstimmt, so dass der Anteil von $|e\rangle$ in dem vorliegenden *dressed state* gering und der spontane Zerfall aus diesem *dressed state* eher unwahrscheinlich ist. Somit kann die spontane Emission durch einen vereinfachten Zugang berücksichtigt werden [23].

$$\Gamma_s = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + (2\Delta/\Gamma)^2} \quad (2.40)$$

Diese Streurrate Γ_s beschreibt wieviele spontane Emissionsprozesse im Mittel pro Sekunde stattfinden.

2.3 Simulationsmethoden - Lösung der *Schrödinger Gleichung*

In diesem Abschnitt werden die zwei wichtigsten Methoden vorgestellt, die den Simulationen zu unseren Experimenten zugrunde liegen. Das Ziel ist, die Ausbreitung der Materiewellen im gegebenen Potential zu berechnen, um daraufhin die experimentellen Ergebnisse quantitativ zu verstehen. Dabei wird die *Schrödinger Gleichung* mit dem Hamiltonoperator, der in Abschnitt 2.2.2 aufgestellt wurde, numerisch gelöst.

2.3.1 Zerlegung in ebene Wellen

Zur Lösung der zeitabhängigen *Schrödinger Gleichung*

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi(x, t) \quad (2.41)$$

wird ein Ansatz für die Wellenfunktion der Atome gemacht. Dieser ergibt sich durch die Tatsache, dass das im Experiment erzeugte Potential in x -Richtung periodisch ist. Die

gewünschte Form des Potentials, die hier vorweg genommen werden soll, ergibt sich aus Überlegungen in Abschnitt 4.1 und gemäß Gleichung 2.29 zu

$$V(x) = \frac{\hbar\tilde{\Omega}_1^2}{4\Delta} \cos^2(kx) + \frac{\hbar\tilde{\Omega}_2^2}{4\Delta} \cos^2\left(\frac{k}{2}x\right) \quad (2.42)$$

Im Folgenden wird

$$V_{1,2} = \frac{\hbar\tilde{\Omega}_{1,2}^2}{4\Delta} \quad (2.43)$$

gesetzt, wobei sich $\tilde{\Omega}_1^2$ bzw. $\tilde{\Omega}_2^2$ auf ein Lichtfeld mit der Wellenzahl k bzw. auf eine stehende Lichtwelle mit Wellenzahl $k/2$ bezieht. Wie sich aus zwei Stehwellen das gewünschte Doppelpotential erzeugen lässt, wird in Abschnitt 4.2 detailliert erläutert.

Die Periodizität des Potentials in x -Richtung $V(x) = V(x + d)$ (d : Periode) ermöglicht einen Ansatz für die Wellenfunktion der Atome als Fourierreihe [24] (Zerlegung nach ebenen Wellen)

$$\psi(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t) e^{inkx}. \quad (2.44)$$

Die zeitabhängigen Koeffizienten $a_n(t)$ geben dabei die Amplituden der Wahrscheinlichkeit an, dass das Atom relativ zu der ursprünglichen Propagationsrichtung zur Zeit t den Photonenimpuls $n \cdot \hbar k$ aufgenommen hat.

Setzt man das Potential unter Berücksichtigung von $\cos^2(kx) = 1/2(1 + \cos(2kx))$ und den Ansatz für die Wellenfunktion in die *Schrödinger Gleichung* ein, ergibt sich

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t) e^{inkx} \right) &= \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{2} \right) \left(\sum_n a_n(t) e^{inkx} \right) + \\ &\left(\frac{V_1}{2} \cos(2kx) + \frac{V_2}{2} \cos(kx) \right) \left(\sum_n a_n(t) e^{inkx} \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Drückt man die Kosinus-Funktionen des Potentials ebenfalls durch Exponentialfunktionen aus und führt eine Indexverschiebung durch, erhält man

$$\sum_n i\hbar \dot{a}_n(t) e^{inkx} = \sum_n \left(\left(\frac{\hbar^2 n^2 k^2}{2m} + \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{2} \right) a_n(t) + \dots \right) \quad (2.46)$$

$$\frac{V_1}{4} (a_{n+2}(t) + a_{n-2}(t)) + \dots \quad (2.47)$$

$$\frac{V_2}{4} (a_{n+1}(t) + a_{n-1}(t)) e^{inkx} \quad (2.48)$$

Diese Gleichung muss für jedes n einzeln erfüllt sein. Man erhält dadurch die Differentialgleichung

$$i\hbar \dot{a}_n(t) = \left(\frac{\hbar^2 n^2 k^2}{2m} + \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{2} \right) a_n(t) + \frac{V_1}{4} (a_{n+2}(t) + a_{n-2}(t)) + \frac{V_2}{4} (a_{n+1}(t) + a_{n-1}(t)). \quad (2.49)$$

Diese Gleichung gilt es zu lösen. Sie liefert bei gegebener Anfangsbedingung die zeitliche Entwicklung der Koeffizienten $a_n(t)$ und bestimmt damit die Wellenfunktion der Atome. Für die Simulationen wurde ein numerisches Verfahren angewandt. Dazu wird die

Gleichung zunächst in die Matrixform gebracht und anschließend mit einem standardisierten *Runge-Kutta* Lösungsalgorithmus, wie er in MATLAB als *ode45* integriert ist, gelöst. Da die Summen normalerweise von $n = -\infty$ bis $n = +\infty$ gehen, wird hierbei eine Näherung gemacht. In unseren Berechnungen wurden als Grenzen $n = \pm N$ mit $N = 10$ gewählt. Das bedeutet anschaulich, dass unsere Rechnungen die Wellenfunktion bis zur ± 10 . Beugungsordnung berücksichtigen. Die Gleichung in Matrixgestalt sieht folgendermaßen aus:

$$\begin{pmatrix} \dot{a}_{-N} \\ \vdots \\ \dot{a}_{-1} \\ \dot{a}_0 \\ \dot{a}_1 \\ \vdots \\ \dot{a}_N \end{pmatrix} = -\frac{i}{\hbar} \begin{pmatrix} n^2 \tilde{E} + V & \frac{V_2}{4} & \frac{V_1}{4} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{V_2}{4} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{V_1}{4} & \ddots & \tilde{E} + V & \frac{V_2}{4} & \frac{V_1}{4} & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \frac{V_2}{4} & V & \frac{V_2}{4} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \frac{V_1}{4} & \frac{V_2}{4} & \tilde{E} + V & \ddots & \frac{V_1}{4} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \frac{V_1}{4} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \frac{V_1}{4} & \frac{V_2}{4} & n^2 \tilde{E} + V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{-N} \\ \vdots \\ a_{-1} \\ a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Hier wurde $V = \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{2}$ und $\tilde{E} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ gesetzt, damit die Matrix übersichtlicher bleibt. Als Anfangsbedingung kann man je nach Anwendung zum Beispiel eine ebene senkrecht einfallende Wellenfunktion ansetzen. Oder, für die später vorgestellten Messungen der Tunnelbewegung experimentgetreuer, eine Präparation der Atome in jeder zweiten Potentialmulde des periodischen Doppelpotentialtopfs. Letzteres lässt sich zum Beispiel durch Gaußsche Wellenpakete um das Minimum jeder zweiten Potentialmulde implementieren.

Mit Hilfe der hier berechneten Matrix lässt sich die Dynamik von Wellenpaketen in beliebigen periodischen Potentialen berechnen, solange die Wellenzahlen, die das Potential erzeugen, sich nur um Vielfache von $k/2$ voneinander unterscheiden. Für Potentiale, die aus anderen Wellenzahlen erzeugt werden, kann die oben gemachte Rechnung so einfach nicht durchgeführt werden.

Im Zusammenhang mit dem Experiment tritt das Problem auf, dass eine Stehwelle nicht exakt die doppelte Periode der anderen hat. Lokal kann dies modelliert werden, indem die Stehwelle mit der doppelten Periode um eine Phase φ verschoben wird. Dies bewirkt effektiv ein relatives Verschieben der Stehwellenfelder zueinander in x -Richtung und erzeugt damit eine Asymmetrie, die sich durch unterschiedlich tiefe Potentialmulden ausdrückt. Das Potential hat dabei die Form:

$$V(x) = V_2 \cos^2\left(\frac{k}{2}x + \varphi\right) + V_1 \cos^2(kx) \quad (2.51)$$

In der Matrix wird das durch den Faktor $\exp(i\varphi)$ in den entsprechenden Einträgen von V_1 ausgedrückt. Das so berechnete Potential erzeugt dabei nicht ganz die Art der Asymmetrie, die im Experiment auftritt. Die hier berücksichtigte Phasendifferenz ist konstant und damit unabhängig von x . Im Experiment hingegen entsteht ein Fehler in

der Symmetrie durch die Veränderung des k -Vektors der einen Stehwelle, was nicht durch eine Addition von φ ausgedrückt werden kann. Diese Asymmetrie ist x -abhängig. Dennoch liefert die Simulationsmethode wichtige Ergebnisse, denn es wird eine qualitative Einschätzung über die Bedeutung der Symmetrie des Doppelpotentials gegeben. Für entsprechende Simulationen, bei denen es auf die Symmetrie besonders ankommt, wird eine andere Methode benutzt, auf die im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

2.3.2 Split-Step Fourier Methode

Eine andere Möglichkeit die zeitliche Entwicklung einer Wellenfunktion in einem gegebenen Potential zu berechnen liefert die *Split-Step Fourier* Methode [25]. Hier können völlig beliebige Potentiale in der Rechnung berücksichtigt werden, was einen Vorteil gegenüber der zuvor vorgestellten Methode darstellt.

Das Ziel ist die numerische Integration der *Schrödinger Gleichung* einer gegebenen Anfangswellenfunktion, auf die der Zeitentwicklungsoperator [26]

$$\hat{U}(dt) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}dt\right) \quad (2.52)$$

wirkt. Dabei geht in diesen Operator in unserem Fall der oben berechnete Hamiltonoperator 2.31 ein. Die Grundidee besteht nun darin, den Hamiltonoperator in zwei Teile dergestalt aufzuspalten, dass der eine Anteil sich gut im Ortsraum, der andere sich leicht im Impulsraum auswerten lässt. „Einfach“ bedeutet dabei, dass sich die Operatoren im entsprechenden Raum auf eine Multiplikation reduzieren. Man berechnet also die Funktion $\psi(x, t)$ zu dem späteren Zeitpunkt $t + dt$ gemäß

$$\begin{aligned} \psi(x, t + dt) &= \hat{U}(dt)\psi(x, t) \\ &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\hat{K} + \hat{N})dt\right) \psi(x, t) \\ &\approx \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\hat{K})dt\right) \exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\hat{N})dt\right) \psi(x, t) \end{aligned} \quad (2.53)$$

und wechselt dabei zwischen der Auswertung beider Hamiltonoperatoranteile den Bezugsraum durch Fouriertransformation. Hierbei bezeichnen \hat{K} diejenigen Anteile des Hamiltonoperators, die im Ortsraum auszuwerten sind und \hat{N} die im Impulsraum leicht auszuwertenden. In unserem Fall steckt in \hat{N} der kinetische Anteil des Hamiltonoperators und in \hat{K} der des Potentials. Diese beiden Anteile kommutieren nicht und man geht damit einen Fehler in der letzten Umformung von Gleichung 2.53 ein. Dieser Fehler wird hinreichend klein, wenn nur sehr kleine Zeitschritte dt gemacht werden.

Die einzelnen Schritte des *Split-Step Fourier* Mechanismus sind nun die Folgenden: Zuerst wird der im Ortsraum diagonale Anteil des Zeitentwicklungsoperators auf die Funktion angewendet. Der erste Integrationsschritt ergibt sich also zu

$$\psi_1(x, t' + dt') = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{K}dt\right) \psi(x, t) \quad (2.54)$$

$$= \exp\left(-\frac{i}{\hbar}V(x)dt\right) \psi(x, t) \quad (2.55)$$

Mit $\psi_1(x, t' + dt')$ wird im nächsten Schritt weitergerechnet. Dafür wird zunächst die Fouriertransformierte $\psi_2(p, t' + dt') = \mathcal{FT}(\psi_1(x, t' + dt'))$ gebildet, um in den Impulsraum überzugehen. Anschließend lässt man auf diese Funktion den zweiten Anteil des Zeitentwicklungsoperators wirken. Daraus ergibt sich der dritte Integrationssschritt

$$\psi_3(p, t' + dt') = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{\mathcal{N}}dt\right)\psi_2(p, t' + dt') \quad (2.56)$$

$$= \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\frac{p^2}{2m}dt\right)\psi_2(p, t' + dt') \quad (2.57)$$

Als letzter Schritt bleibt in einem Integrationszyklus nur noch die Rücktransformation in den Ortsraum, woraufhin die Wellenfunktion vollständig in der Zeit um dt propagiert wurde $\psi(x, t + dt) = FT^{-1}(\psi_3(p, t' + dt'))$.

Diese Schritte werden oft wiederholt, um insgesamt die Zeit $\Delta t = n \cdot dt$ verstreichen zu lassen.

Kapitel 3

Erzeugung des Atomstrahls

Für die Durchführung der Experimente zur Dynamik von Matriewellen ist die Präparation eines kohärenten Strahls langsamer Atome nötig. Hierzu wird Argon in die Vakuumkammer eingeleitet, in der es durch eine Hochspannungsgasentladung in metastabile Zustände angeregt wird. Die daraufhin ungerichteten thermischen Atome müssen nun stufenweise auf die benötigte Geschwindigkeit heruntergekühlt, kollimiert und durch die Stehwellenpotentiale zum Detektor geleitet werden. Im Folgenden werden die einzelnen für diese Prozedur benötigten Bestandteile der Apparatur kurz vorgestellt. Ausführlichere Beschreibungen finden sich u.a. in den Arbeiten von [27],[28] und [29].

3.1 Vakuum und Lasersysteme

Vakuum

Um Stöße mit anderen Atomen und Molekülen zu verhindern, herrscht im gesamten Bereich der Apparatur Vakuum. Die Maschine lässt sich dahingehend in zwei Bereiche untergliedern (Abbildung 3.1). Im vorderen Teil, wo sich Quelle (Abschnitt 3.2) und Atomstrahlkollimation (Abschnitt 3.3) befinden, kann aufgrund des ständigen Argoneintrittes kein Ultrahochvakuum gehalten werden. Das Hochvakuum mit ungefähr 10^{-5} mbar wird durch zwei Öldiffusionspumpen (Alcatel 6250, Saugleistung 2350 l/s, Vorpumpe: Alcatel 2063, $65\text{m}^3/\text{h}$ und Alcatel Crystal 162, 700 l/s, Vorpumpe: Alcatel 2021, $20,5\text{m}^3/\text{h}$) erzeugt. Ohne Zufluss von Argon kann die Kammer auf 10^{-7} mbar evakuiert werden. Durch ein Dosierventil lässt sich der Zufluss der Argonatome und damit der Druck in der Quellkammer einstellen. Zum Zünden der Gasentladung kann ein erhöhter Druck von $5 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$ mbar nötig werden, während der Betrieb üblicherweise bei $2 \cdot 10^{-5}$ mbar läuft.

Für den hinteren Bereich der Maschine, also für den Zeeman-slower (Abschnitt 3.4), den Funnel (Abschnitt 3.5), die Experimentierkammer (Kapitel 4) und den Detektor (Abschnitt 3.6) ist Ultrahochvakuum erforderlich, da hier die Atome aufgrund ihrer geringeren Geschwindigkeit schon empfindlich auf Stöße mit dem Hintergrundgas reagiert. Durch eine differentielle Pumpstufe nach der Kollimation, umgesetzt durch eine Blende mit ca. 3mm Durchmesser, wird gewährleistet, dass hier ein Vakuum bei $2 \cdot 10^{-8}$ mbar aufrechterhalten werden kann. Diesen Bereich evakuieren zwei magnetgelagerte Turbomolekularpumpen (Balzers TPU 520M, 300 l/s). Die Bereiche lassen sich durch ein von Hand zu betätigendes Schieberventil vollständig trennen, so dass Wartungsarbeiten an

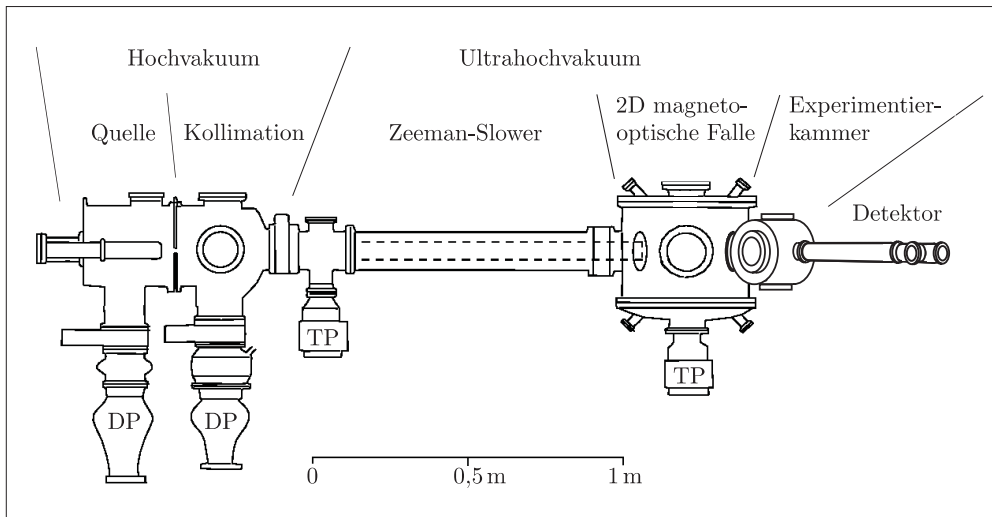


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Atomstrahlapparatur. Das Argon wird in die Quelle eingeleitet. In diesem Bereich und in der anschließenden Kollimation herrscht Hochvakuum, das durch zwei Öldiffusionspumpen (DP) erzeugt wird. Im hinteren Abschnitt der Apparatur wird durch zwei Turbomolekularpumpen (TP) Ultrahochvakuum aufrechterhalten. Die Abschnitte sind durch eine differentielle Pumpstufe voneinander getrennt.

der Quelle durchgeführt werden können, ohne dass das Ultrahochvakuum gebrochen werden muss.

Lasersysteme

Insgesamt sind drei verschiedene Lasersysteme für das Experiment erforderlich.

Das erste ist ausschließlich für die Präparation des Atomstrahls zuständig. Dabei handelt es sich um einen Tapered Amplifier (Fa. Toptica TA100) mit einer Wellenlänge von 811.757nm, der den geschlossenen Übergang anregt (siehe Abschnitt 2.1). Dieses Licht wird mittels akusto-optischer Modulatoren für die Kollimation um $\Delta = 2\pi \cdot 6\text{MHz}$ (ca. 20mW) blau-, für den Funnel $\Delta = -2\pi \cdot 18.5\text{MHz}$ (ca. 105mW) und für den Zeeman-slower um $\Delta = -2\pi \cdot 160\text{MHz}$ (ca. 35mW) rotverstimmt. Der Laserstrahl hat eine Leistung von insgesamt 400mW. Alle Lasersysteme sind bei diesem Experiment auf einem gesonderten optischen Tisch aufgebaut und mit dem Experiment über Glasfasern verbunden.

Um mit dem Atomstrahl Beugungsexperimente an optischen Potentialen durchzuführen, wird ein Laser zur Erzeugung dieser Potentiale benötigt. In unserem Experiment bietet sich ein Titansaphirlaser an, der ebenfalls bei einer Wellenlänge von 811.757nm läuft. Der Titansaphirlaser (Fa. Coherent, MBR110) liefert insgesamt 1.4W und wird über einen frequenzverdoppelten diodengepumpten Nd:YVO₄Laser (Fa. Coherent, Verdi V10) mit 10W gepumpt. Der Laser wird im Experiment weit rotverstimmt gegenüber dem atomaren Übergang betrieben und es ist daher ausreichend ihn auf seine Referenzcavity zu stabilisieren.

Der dritte Laser induziert den offenen Übergang der metastabilen Argonatomen (siehe Abschnitt 2.1) und dient zur Präparation spezieller Anfangswellenfunktionen der Atome. Es handelt sich dabei um einen selbstgebauten gitterstabilisierten Diodenlaser, der bei

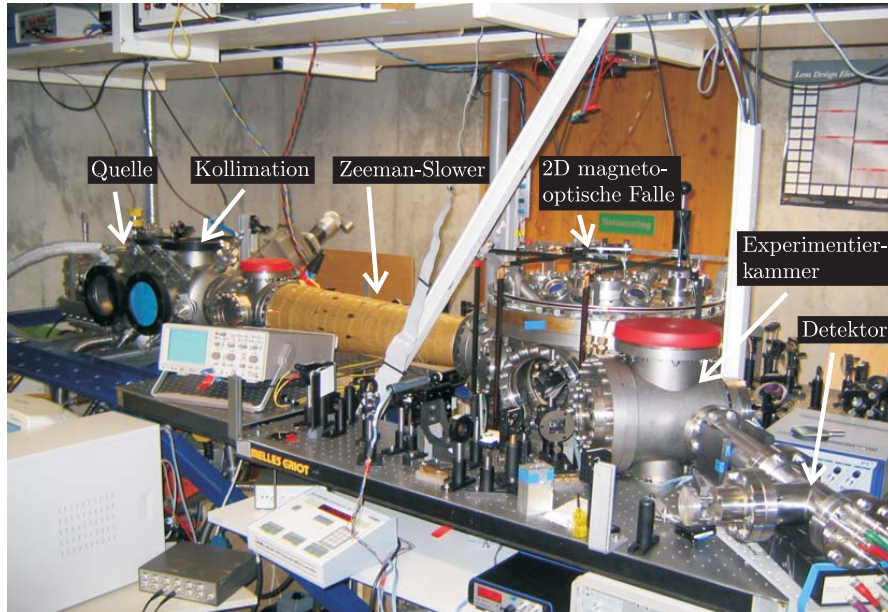


Abbildung 3.2: Foto der Atomstrahlapparatur. Die Lasersysteme, die für die Präparation des Atomstrahls nötig sind, befinden sich auf einem separaten Tisch, der in diesem Foto nicht zu sehen ist. Das Laserlicht wird über Glasfasern zum Experiment geleitet. Auf dem Bild ist auch ein Teil der Linsensysteme zur Erzeugung des optischen Doppelpotentials zu erkennen.

801.702nm läuft und etwa 10mW liefert. Dieser sowie der Tapered Amplifier werden durch Sättigungsspektroskopie auf die gewünschte Wellenlänge stabilisiert.

3.2 Quelle

In der Quelle sollen die Atome in den metastabilen Zustand angeregt werden. Dies geschieht durch eine Hochspannungsgasentladung. Das Gas (Argon 4.8) wird aus einer handelsüblichen Gasflasche über eine Kupferleitung in die Quelle geführt. Eine schematische Darstellung des Aufbaus der Quelle ist in Abbildung 3.3 gegeben. Dabei wird das Gas in einen Zwischenraum zwischen einem Pyrexröhrchen und einem mit flüssigem Stickstoff gefüllten Kühltank auf dem Weg zur Hochspannung durch Stöße mit den Wänden abgekühlt. Die Quelle besteht aus einer Stahlkonstruktion (das Design basiert auf einer Arbeit von [30]), die im Inneren ein Pyrexröhrchen (Glaszylinder) enthält. An der Spitze des Röhrchens befindet sich ein Loch, durch das die Atome eintreten können. Innerhalb dieses Glasröhrchens sind vier leicht zueinander hingebogene Schweißdrähte längs des Zylinders befestigt. An diese wird Spannung angelegt (typischerweise ist $U_1 = -300V$ bei 6.6mA, Zündspannung: $-2kV$). Als Anode dient eine Metallplatte mit Loch, die sich vor dem Glasröhrchen befindet und auch den vorderen Abschluß des Kühltanks bildet. Die Drähte lösen sich im Betrieb langsam auf und müssen entsprechend nach einigen

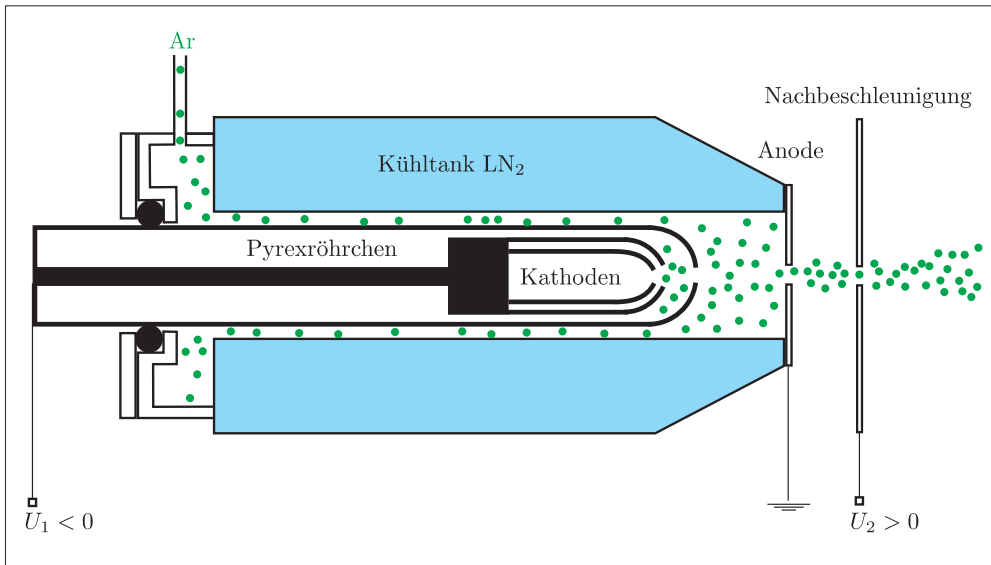


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der verwendeten Atomstrahlquelle. Zwischen Kathode und Anode brennt bei geeignetem Druck die Gasentladung, in der die Argonatome in metastabile Zustände angeregt werden. Durch Kühlung mit flüssigem Stickstoff wird die Geschwindigkeit der Atome auf 300m/s reduziert. Die Nachbeschleunigungsspannung U_2 erhöht die Anregungswahrscheinlichkeit um einen Faktor 1000. Ausserdem erhalten die Atome hierbei automatisch eine Vorzugsrichtung.

Monaten erneuert werden. Auch das Loch in der Anode wird durch Sputterprozesse allmählich verbreitert, so dass auch hier alle zwei bis vier Monate Wartungsarbeiten anfallen. Zusätzlich ist noch eine weitere Anode in Flugrichtung weiter hinten angebracht ($I = 9.6\text{mA}$, $U_2 = 140\text{V}$, Zündspannung: 3.6kV), die aus einer Metallplatte mit einem Loch von 1mm Durchmesser besteht. Das Anlegen der Spannung bewirkt nun, dass die Atome durch das hohe elektrische Feld ionisiert werden und die freien Elektronen zur Anode, die übrigbleibenden positiv geladenen Ionen zu den Drähten im Glasrohr hin beschleunigt werden. Auf dem Weg zu den Anoden stoßen die Elektronen inelastisch mit dem restlichen Argongas in der Quelle und bewirken Übergänge in höhere Zustände. Die Atome relaxieren in die metastabilen Zustände $1s_3$ oder $1s_5$ oder gehen unter Aussendung von UV-Photonen in den Grundzustand über. Die zweite Anode wurde eingebaut, da die Anregung der Atome effizienter ist, wenn die Beschleunigungsstrecke der Elektronen länger ist. Es kann damit eine Flusserhöhung von ungefähr einem Faktor von 1000 erreicht werden. Ausserdem dient die zweite Anode gleichzeitig als differentielle Pumpstufe zwischen Quell- und Kollimationskammer.

3.3 Kollimation

Die Atome gelangen durch die Öffnung in der zweiten Anode in die Kollimationskammer. Das ca. 1mm große Loch bewirkt eine erste Vorzugsrichtung der Atome, die mit ungefähr 300m/s zunächst ungerichtet aus der Quelle kommen. Die Kollimation soll die Divergenz des Atomstrahls verringern und den atomaren Fluss damit erhöhen. Sie besteht aus vier

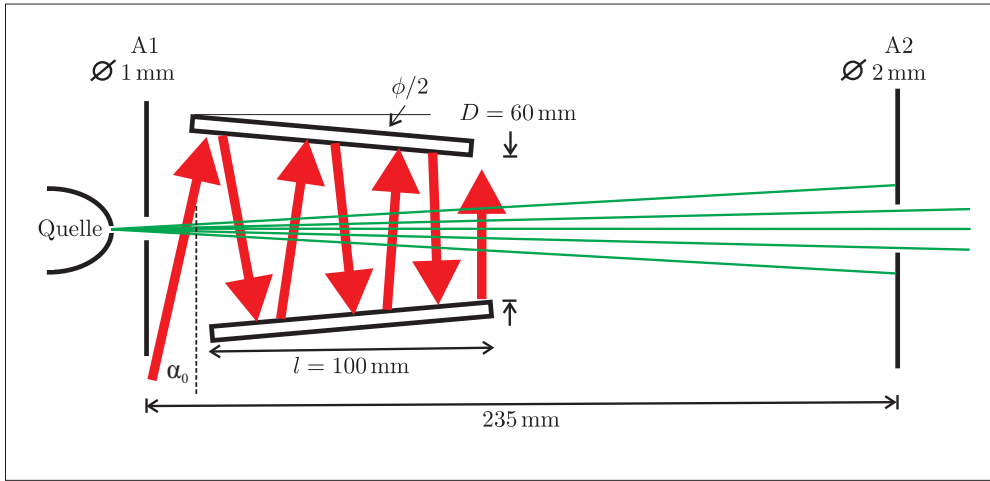


Abbildung 3.4: Prinzip der Atomstrahlkollimation. Der zwischen den Spiegeln hin- und herlaufende Laserstrahl soll die Transversalgeschwindigkeit der Atome reduzieren und somit die Divergenz des Strahls verringern.

Spiegeln, wobei sich jeweils zwei leicht versetzt gegenüber stehen (je zwei in x - und y -Richtung) und leicht zur Quelle hin verkippt sind (siehe Abbildung 3.4). Es sollen so viele Atome wie möglich transversal gekühlt werden, wobei die spontane Streukraft [23] ausgenutzt wird. Dies bedeutet, dass durch Absorptionsprozesse von Photonen aus einer bestimmten Richtung und anschließender ungerichteter Emissionsprozesse effektiv Impuls zur Atomstrahlachse hin übertragen wird. Das Laserlicht ist für den verwendeten Aufbau der Kollimation effektiv rotverstimmt¹, da hier die Atome mit demjenigen Laserstrahl resonant werden, der sozusagen hinter ihnen herläuft.

Die Schwierigkeit besteht nun darin, dass die anfangs transversal ungekühlten Atome eine andere Dopplerverschiebung besitzen, als Atome, die bereits Kühlung erfahren haben. Damit das Laserlicht dennoch mit allen Atomen resonant sein kann, muss sich die Verstimmung des Laserlichts in Flugrichtung derart ändern, dass sich die jeweils auftretende Dopplerverschiebung durch die Verstimmung des Lichts gerade ausgleicht. Dies wird erreicht, wenn die Spiegel sich nicht parallel gegenüberstehen, sondern leicht verkippt sind und der Winkel, unter dem das Laserlicht den Atomstrahl kreuzt, in Flugrichtung steiler wird. Der Winkel α , den der Laserstrahl mit der Senkrechten zum Atomstrahl bildet, verringert sich nach dem n -ten Kreuzen der Strahlen gemäß:

$$\alpha_n = \alpha_0 - n\phi. \quad (3.1)$$

Der Winkel ϕ gibt die Gesamtverkipfung der Spiegel an. Die Geschwindigkeit, mit der die n -ten Laserstrahlen dann resonant sind ergibt sich zu:

$$v_{x,n} = \frac{1}{k}(\omega_0 - \omega_l + v_z k \alpha_n). \quad (3.2)$$

Die Resonanzfrequenz ist ω_0 , die Frequenz des Lasers ω_l , die resultierende Verstimmung des Lasers ist für die Kollimation

$$\Delta = \omega_l - \omega_0 - kv_z \sin \alpha - kv_x \cos \alpha \approx \omega_l - \omega_0 - k\alpha v_z - kv_x. \quad (3.3)$$

¹Der Laser ist blauverstimmt, erscheint den Atomen jedoch rotverstimmt.

Übliche Werte für die Kollimation sind $\omega_l - \omega_0 = 2\pi \cdot 6\text{MHz}$ und $\alpha_0 = 4^\circ$. Für den Winkel α_n ist entscheidend, dass er stets größer als Null bleiben muss, da der Laserstrahl sonst zurückläuft und die Atome gegebenenfalls wieder aufheizen kann. Die Kollimation ist am effizientesten, wenn ein Atom von einem Strahl soweit abgebremst wird, dass es gerade mit dem nächsten Strahl resonant wird. Mit den angegebenen Werten ergibt sich in unserem Experiment eine transversale Einfangsgeschwindigkeit von 16m/s , für welche ein Atom mit dem einlaufenden Laser resonant ist.

3.4 Zeeman-Slower

Nach der Kollimation müssen die Atome noch in longitudinale Richtung gekühlt werden. Den hierfür zuständigen *Zeeman-Slower* ([31]) erreichen sie durch eine differenzielle Pumpstufe. Diese Pumpstufe verbindet zwei Vakuumbereiche miteinander, die durch eine ca. 3mm große Öffnung getrennt sind. Diese Öffnung wurde im Rahmen dieser Arbeit um einen Faktor zwei im Radius vergrößert, um einen höheren Fluß der Atome zu erzielen, ohne dabei das Ultrahochvakuum im hinteren Experimentbereich sehr zu verschlechtern.

Das Prinzip des *Zeeman-Slowers* besteht darin, die Atome durch einen entgegenlaufenden rotverstimmten Laserstrahl durch Absorptionsprozesse zu kühlen. Durch das Entgegenkommen des Laserlichts sind infolge des Dopplereffekts immer nur Atome mit einer bestimmten Geschwindigkeit mit dem rotverstimmten Licht resonant. Damit die Resonanzbedingung für verschiedene Geschwindigkeiten und damit über eine hinreichend lange Strecke aufrechterhalten bleibt, wird ein sich über die Länge des *Zeeman-Slowers* änderndes Magnetfeld angelegt. Dieses bewirkt die Zeemann-Verschiebung der Energieniveaus, die proportional zur angelegten Magnetfeldstärke ist. Ändert sich das Magnetfeld, ändern sich damit auch die Energiezustände und folglich die Resonanzbedingung für die Absorption.

Die benötigte Veränderung des Magnetfeldverlaufs wird durch Variation der Windungsdichte einer Spule im Experiment umgesetzt. Der Verlauf des Magnetfeldes ist in Abbildung 3.5 schematisch dargestellt. Es werden zwei unabhängige Spulen für die Erzeugung des Magnetfeldverlaufs verwendet, da so der Einfangbereich, also die maximale Geschwindigkeit der Atome, die mit dem *Zeeman-Slower* angesprochen wird, und die Endgeschwindigkeit der Atome separat eingestellt werden können. Die maximalen Feldstärken sollten so gering wie möglich gehalten werden, um die übrigen Teile des Experimentes nicht zu stören. In unserem Aufbau erzeugt die erste Spule (1A , 124V) ein Feld von 282G . Dies bedeutet, dass bei der verwendeten Laserfrequenz von -160MHz Atome im Zustand $m_J = 2$ bei einer Geschwindigkeit von $v = 450\text{m/s}$ dort mit dem Laserlicht resonant sind. Diejenigen Atome, die zuvor nicht im $m_J = 2$ Zustand sind, werden im Bereich des ansteigenden Magnetfeldes in diesen gepumpt. Daher sollte der Anstieg des Magnetfeldes nicht zu steil sein, da diese Umpumpprozesse eine endliche Zeit benötigen. Der Nulldurchgang des Magnetfeldes entspricht einer Resonanzgeschwindigkeit von 130m/s . Daraufhin steigt das Feld aufgrund der zweiten Spule wieder an, ist aber diesmal in die entgegengesetzte Richtung gerichtet. In unserem Aufbau lässt sich nur die Geschwindigkeit der Atome nach dem Funnel (nächster Abschnitt) messen. Mit einem Feld von -114G an der zweiten Spule erreicht man eine minimale Geschwindigkeit der Atome von 27m/s . Diese Geschwindigkeit ist die gemäß $v_{\text{Funnel}} = (\cos 42^\circ) \cdot v_{\text{zsl}}$ pro-

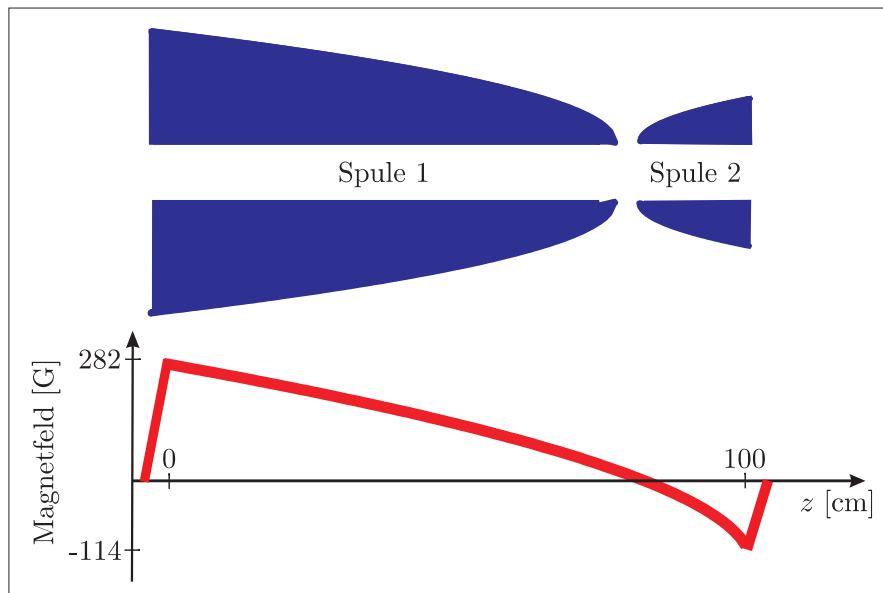


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung des im Rahmen dieses Experiments verwendeten *Zeeman-Slowers*. Das unten dargestellte Magnetfeld wird mit Hilfe zweier Spulen erzeugt. Hiermit ist man in der Lage den Einfangbereich und die Endgeschwindigkeit getrennt einzustellen.

jezierte Geschwindigkeit, da im weiteren Verlauf die Atome um 42° abgelenkt werden. Das bedeutet, die Atome verlassen den *Zeeman-Slower* mit einer Geschwindigkeit von 36m/s. Langsamere Atome mit dieser Apparatur zu erzeugen ist aufgrund der endlichen Breite der Resonanz schwierig. Schnellere Atome lassen sich jedoch problemlos durch Variation des Stroms an der zweiten Spule erzeugen.

Da auf jeden Absorptionsprozess während des Abbremsvorganges eine spontane Emission folgt, kommt es erneut zu einer transversalen Aufweitung des Atomstrahls. Daraus resultiert ein zu divergenter Atomstrahl für die Experimente. Daher muss der Strahl durch eine weitere Laserkühlungsstufe komprimiert werden.

3.5 Funnel

Durch den Funnel soll der Atomstrahl den gewünschten Fluss und einen möglichst kleinen Durchmesser erhalten. Es handelt sich dabei um eine zweidimensionale magneto-optischen Falle (2D-MOT). Der hier realisierte Aufbau orientiert sich an [32]. Erstmals eingesetzt wurde eine solche Falle an einem Natriumstrahl im Jahr 1990 [33]. Die Anwendung des Prinzips in drei Dimensionen wurde von [34] bereits 1987 zum Fangen von Atomen eingesetzt.

Das Grundprinzip einer solchen Falle ist die optische Melasse, die aus je zwei sich überlagernden Laserstrahlen der gleichen Intensität und Frequenz erzeugt wird. Außerdem wird ein inhomogenes Magnetfeld angelegt. Auch hier kommt rotverstimmtes Licht zum Einsatz, das die Atome zwar bremst, jedoch nicht räumlich komprimiert. Für die Kompression ist das inhomogene Magnetfeld zuständig. Durch dieses gibt es einen ausgezeichneten Punkt im Raum. Werden Polarisation und Verstimmung der Laserstrahlen

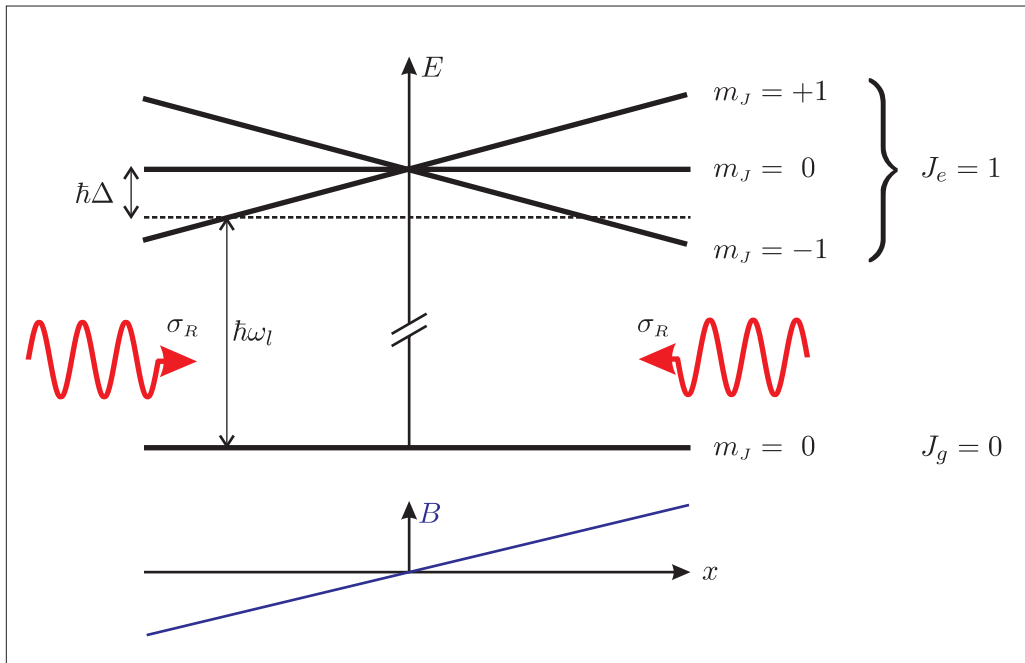


Abbildung 3.6: Prinzip der magnetooptischen Falle in einer Dimension. Die gestrichelte Linie steht für die Laserfrequenz, die ein ruhendes Atom bei $x = 0$ sieht. Aufgrund der Zeeman-Verschiebungen der Niveaus im inhomogenen Magnetfeld sind Atome für $x > 0$ näher resonant mit dem in $-x$ -Richtung laufenden Laserstrahl und erfahren deshalb eine zum Punkt $x = 0$ gerichtete Kraft.

richtig gewählt, so ergibt sich stets eine rücktreibende Kraft zum Magnetfeldnullpunkt. Auf diese Art und Weise lässt sich eine Kollimation der Atome in zwei Dimensionen erzielen.

Das Prinzip der magneto-optischen Falle ist für eine Dimension in Abbildung 3.6 für den Übergang $J_g = 0 \rightarrow J_e = 1$ dargestellt. Das Magnetfeld spaltet den angeregten Zustand in drei magnetische Unterniveaus auf. Der Zeemanunterzustand $m_j = +1$ wird dabei energetisch nach oben, derjenige mit $m_j = -1$ wird nach unten verschoben, wenn das Magnetfeld $B > 0$ ist. Parallel zur x -Achse laufen sich nun zwei Laserstrahlen entgegen. Der rechtszirkularpolarisierte Strahl läuft in $-x$ -Richtung und regt bevorzugt σ^- Übergänge an, d.h. die Übergänge finden mit Abnahme der magnetischen Quantenzahl statt ($\Delta m_j = -1$). In $+x$ -Richtung läuft ein rechtszirkularpolarisierter Laserstrahl, der σ^+ Übergänge anregt. Ein Atom, das sich in $+x$ -Richtung entfernt vom Magnetfeldnullpunkt befindet, ist näher an der Resonanz mit dem ihm entgegenlaufenden Laserstrahl und absorbiert folglich bevorzugt dessen Licht. Für ein Atom an einem Ort $x < 0$ ergibt sich die umgekehrte Situation, wodurch ein Atom immer eine Kraft zum Magnetfeldnullpunkt erfährt.

Dieses System kann auf beliebige Übergänge zwischen $J_g \rightarrow J_e = J_g + 1$ übertragen werden.

Das hier geschilderte Schema wird im Experiment in zwei Dimensionen angewandt. Durch geschickte Umlenkung der Strahlen durch je vier Spiegel, sowie je eine $\lambda/4$ -Platte, benötigt man für die Umsetzung insgesamt nur einen Laserstrahl. Der Aufbau ist in Ab-

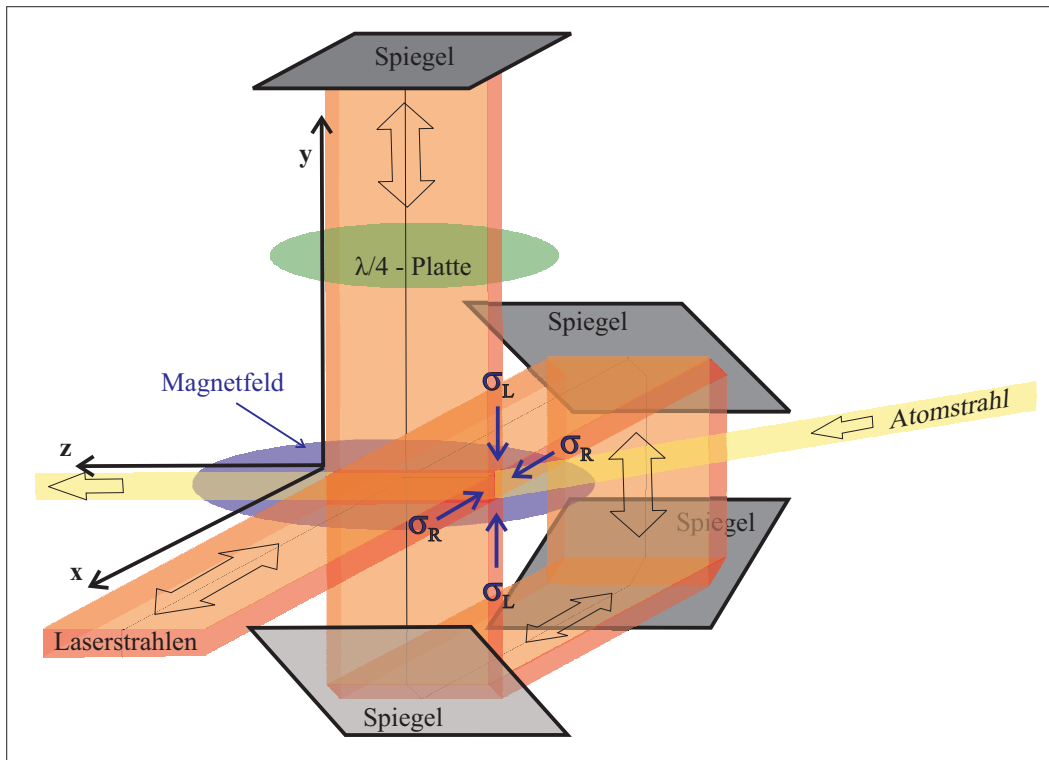


Abbildung 3.7: Dreidimensionale Darstellung der Funnelstrahlen. Der Atomstrahl wird durch den Eingangsbereich der Funnelstrahlen in z -Richtung abgelenkt. In dem Bereich, in dem sich die Strahlen aus allen Richtungen kreuzen, wird der Atomstrahl komprimiert. Durch das zweimalige Durchlaufen der $\lambda/4$ -Plättchen und die Umlenkung der Strahlen durch die vier Spiegel wird trotz der Änderung der Helizität die richtige Polarisation jedes Strahls gewährleistet.

bildung 3.7 demonstriert. Die Umlenkspiegel sorgen dabei dafür, dass trotz Änderung der Helizität die richtige Polarisation für die vertikale Richtung. Das Magnetfeld beginnt mit einem geringen Gradienten in x - bzw. y -Richtung von 40G/cm um den Einfang der Atome zu optimieren. Entlang der Atomstrahlrichtung (z -Richtung) steigt dieser Gradient auf bis zu 900G/cm an. So gelingt es den Atomstrahl auf einen Durchmesser von ca. $50\mu\text{m}$ zu komprimieren.

Der Funnel und damit auch diejenige Achse, auf der das Magnetfeld den Wert Null besitzt, liegen um 42° gegenüber der Achse des *Zeeman-Slowers* verkippt. Dies hat mehrere Vorteile. Erstens ermöglicht dies, den Laserstrahl für den *Zeeman-Slower* direkt von Vorne, also genau in der Flugrichtung der Atome, einzustrahlen, da keine weiteren Bauteile der Apparatur diesem im Weg stehen. Zweitens gelangen nur Atome im metastabilen Zustand $1s_5$ zum Detektor, da Photonen und Atome in anderen Zuständen nicht vom Funnel erfasst und damit nicht abgelenkt werden. Und drittens wird die Longitudinalgeschwindigkeit des Atomstrahls nochmals um einen Faktor 0.74 verringert.

Entlang der Funnelachse muss insgesamt eine Strecke von 8cm mit Laserlicht ausgeleuchtet werden. Damit die für den Laserstrahl nötigen optischen Komponenten überschaubar in ihrer Größe bleiben, wurden hierfür zwei Strahlen mit je 4cm gewählt, die bündig aneinander liegen. Dies hat ausserdem den Vorteil, dass Einfang und Kollimationsbereich

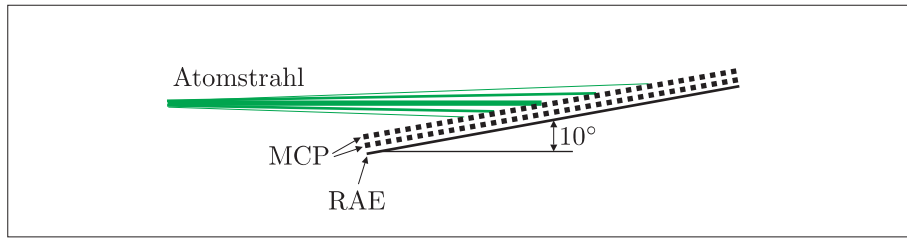


Abbildung 3.8: Verbesserung des Auflösungsvermögens durch schief eingebauten Detektor.

unabhängig voneinander justiert werden können.

Atome, die schneller als 60m/s sind, können vom Funnel, so wie er hier eingestellt ist, nicht umgelenkt werden. Zu genaueren Beschreibungen des Aufbaus des Funnels und für Simulationen zur Dynamik von Atomen im Funnel kann in Arbeiten von [27] und [28] nachgeschlagen werden.

3.6 Detektor

Die Atome gelangen nach dem Funnel durch zwei Spalte (Breite des ersten Spaltes: $25\mu\text{m}$, des zweiten Spaltes $20\text{-}40\mu\text{m}$) in die Experimentierkammer, die im folgenden Kapitel ausführlich beschrieben wird. Die dort an periodischen Potentialen gebeugten Atome gelangen nach ungefähr 1m Flugphase zum Detektor.

Der Detektorkopf (Fa. Quantar, Open-Face MCP/RAE Sensor, Model 3390A) besteht aus zwei Multichannelplates (Fa. Quantar, Model 11020A) in Chevron-Konfiguration und einer Widerstandsanode. Die Multichannelplates haben einen Durchmesser von 25mm.

Mit einer inneren Energie von 12eV des metastabilen Zustandes ist jedes Atom einzeln in der Lage ein Elektron beim Auftreffen auf die MCP auszulösen. Die ausgelösten Elektronen werden in den Kanälen der MCP daraufhin vervielfacht. Durch die zweite MCP wird dieser Vervielfachungsprozess noch gesteigert. Die resultierende Elektronenwolke trifft danach auf die flächenhafte Widerstandsanode. Die Ladung wird über die vier Ecken der Widerstandsanode ausgelesen. Mit der Information über die Menge der Ladung pro Ecke lässt sich, nach Verstärkung und Digitalisierung des analogen Signals (Fa. Quantar, 2502A Position Analyzer), die Position jedes einzelnen Atoms ermitteln. Diese Positionen werden mittels einer digitalen IO-Karte (Fa. National Instruments) von einem PC eingelesen. Der Rechner steuert den Ablauf der Messung mit Hilfe des Programms LABVIEW. Darüber hinaus lassen sich die Motoren, die für jede Messsequenz schrittweise verfahren werden müssen, ansteuern. Die Daten werden pro Experimentsequenz gespeichert und können anschließend mit Hilfe von MATLAB Programmen verarbeitet werden.

Wegen bauartbedingten Schwierigkeiten beim Einbau des Detektors war es nicht möglich ihn so einzubauen, dass die erzeugten Bilder korrekt ausgerichtet sind. Die Beugungsbilder erscheinen daher um einen festen Winkel verdreht. Mit einem in MATLAB implementierten Programm wird daher jedes Bild um den einmalig berechneten Drehwinkel gedreht. Auf diese Weise wird der Umgang mit den Daten erleichtert, da zum Beispiel

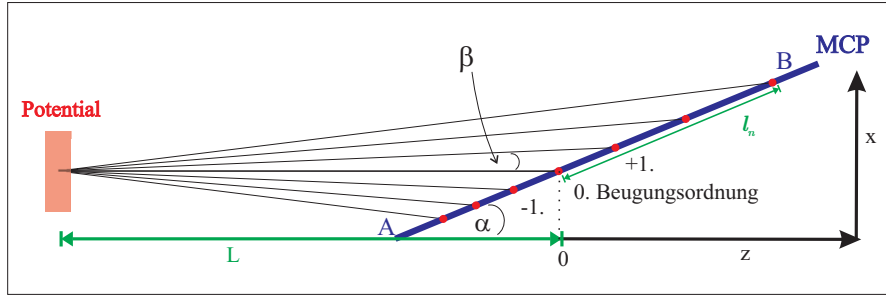


Abbildung 3.9: Schematische Darstellung der auf die MCP auftreffenden Beugungsordnungen in Aufsicht. Der Abstand zwischen den Beugungsordnungen nimmt von A nach B immer mehr zu. Der Effekt resultiert aus der Kombination der Winkel α und β . Nur wenn die Atome parallel auf die verkippte MCP auftreffen würden, wären die Abstände konstant. Der Winkel β entspricht dem halben Braggwinkel, α ist in unserem Aufbau 10° und sorgt für eine höhere räumliche Auflösung der Beugungsbilder.

durch Summation über Zeilen der Matrix die Bilder ausgewertet werden können. Um die räumliche Auflösung des Detektors zu erhöhen, wurde der gesamte Detektorkopf unter einem Winkel von 10° relativ zur Flugrichtung der Atome eingebaut, wie in Abbildung 3.8 gezeigt ist. Der Detektor liefert insgesamt die Information von 256×256 Pixeln. Ein Pixel entspricht demnach bei Einbau unter 90° relativ zur Strahlachse $100\mu\text{m}$. Durch den schiefen Einbau verbessert sich das Auflösungsvermögen horizontal um einen Faktor von $1/\sin(10^\circ) = 5.8$, d.h. jedes Pixel entspricht nunmehr $17.24\mu\text{m}$. Gleichzeitig muss in Kauf genommen werden, dass der Abstand zweier Beugungsordnungen auf dem Detektorbild keine Konstante ist. Wie in Abbildung 3.9 schematisch dargestellt ist, liegen infolge der unter dem Beugungswinkel einfallenden Atome in Kombination mit der Verkipfung des Detektors die Beugungsordnungen auf der Seite A der Detektorfläche näher beieinander als die Beugungsordnungen, die auf der Seite B der Detektorfläche auftreffen. Der Abstand der Beugungsordnungen lässt sich folgendermaßen bestimmen:

$$x = \tan(\alpha)z \quad (3.4)$$

gibt die Geradengleichung des Detektors in x -Richtung an. Für die Geradengleichung der n -ten Beugungsordnung ergibt sich analog:

$$x = \tan(n\beta)(z + L) \quad (3.5)$$

Dabei ist L der Abstand vom Schnittpunkt der nullten Beugungsordnung mit dem Detektor zum beugenden Objekt, also zum Doppeltoppotential und $\beta = \theta_B/2$ ergibt sich aus der Braggbeugung und nimmt entsprechend mit jeder Beugungsordnung zu. Gleichsetzen liefert:

$$z_n = \frac{\tan(n\beta)L}{\tan(\alpha) - \tan(n\beta)} \quad (3.6)$$

Für die Positionen l_n auf dem Detektor gilt dann:

$$l_n = \frac{z_n}{\cos(\alpha)} \quad (3.7)$$

Der Abstand zwischen dem Potential und der Detektorfläche ist 1m , der Winkel α entspricht dem Verkipfungswinkel des Detektors relativ zur Atomstrahlachse von $\alpha = 10^\circ$.

Rechnet man die Abstände mit der Gleichung 3.7 aus, ergibt sich die in Abbildung 3.10 aufgetragene Vergrößerung des Abstandes je Beugungsordnung. Da jedoch die Vergrößerung des Abstandes der Beugungsordnungen bis zur dritten Ordnung nicht einmal 1 Pixel erreicht, ist dieser Effekt für unsere Betrachtungen vernachlässigbar. In den hier durchgeführten Experimenten sind nur Beugungsphänomene bis zur zweiten Ordnung relevant.

Da starke Nichtlinearitäten des Analog-Digital-Wandlers dazu führen, dass bestimmte x - und y -Werte gegenüber direkt benachbarten Ortswerten bevorzugt werden, ergibt sich auf den Detektorbildern ein Streifenmuster. Dieses Problem lässt sich allerdings ohne Schwierigkeiten beheben, wenn in regelmäßigen Zeitabständen Referenzbilder aufgenommen werden, durch welche die Datenbilder geteilt werden. Ein Referenzbild wird erzeugt, indem die Spalte durch die Motoren M5 und M6 (siehe Abschnitt 4.3.1) aus dem Strahl vollständig herausgefahren werden, um einen unkollimierten Strahl zu erzeugen. Die regelmäßige Erneuerung des Referenzbildes hat zudem den Vorteil, dass die Alterungsprozesse der MCP berücksichtigt werden können. Die MCP wird vom Atomstrahl immer an der gleichen Stelle getroffen und wird daher an dieser Stelle besonders schnell abgenutzt.

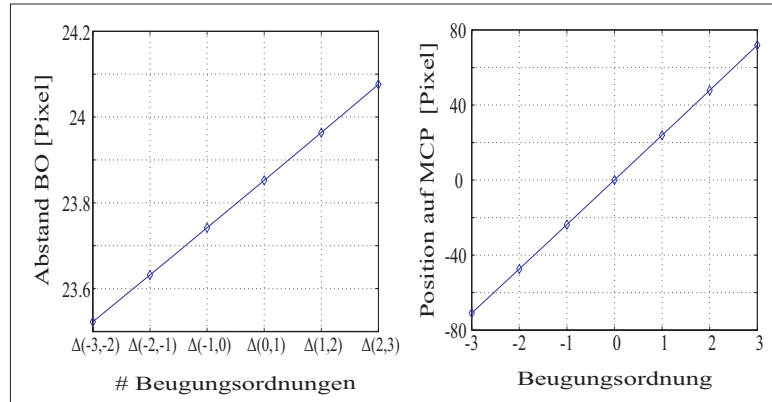


Abbildung 3.10: Im linken Teilbild sind die Abstände zwischen zwei Beugungsordnungen auf der MCP aufgetragen und im rechten Teilbild die Positionen der Beugungsordnungen auf der MCP. Die Abstände nehmen mit jeder Beugungsordnung um den Wert 0.1 Pixel zu. Für unsere Experimente ist der Effekt nicht relevant, da die Verschiebung zwischen den betrachteten zweiten Ordnungen noch weit unter einem Pixel liegt.

Kapitel 4

Design des Experiments

Die Experimente zur Dynamik von Materiewellen finden im Bereich zwischen Spalten und Detektor, unmittelbar nach dem zweiten Spalt, statt. Hier wechselwirken die Atome mit Potentialen, die durch die Überlagerung von stehenden Lichtfeldern erzeugt werden. Die Beugung an diesen Potentialen wird anschließend im Fernfeld mit dem Detektor beobachtet.

Im ersten Abschnitt wird das gewünschte Potential theoretisch beschrieben und vorgestellt, wie es im Experiment realisiert wird. Danach wird in Abschnitt 4.2 auf die Details des Aufbaus der Experimentierkammer eingegangen und in Abschnitt 4.3 der experimentelle Umgang mit dem Potential erläutert.

4.1 Doppeltopfpotential

Das primäre Ziel des Experiments ist die Beobachtung des Tunnelns einzelner Argon Atome in einem Doppeltopfpotential. Ein solches Potential lässt sich experimentell durch die Überlagerung zweier stehender Lichtwellen, deren Wellenlängen sich gerade um den Faktor zwei unterscheiden, realisieren. Dafür wird der Laserstrahl der Wellenlänge 811.757nm aufgespalten und ein Teilstrahl unter einem Winkel von $\alpha = 60^\circ$ relativ zum anderen auf einen Spiegel gelenkt. Die Überlagerung beider Stehwellen erfolgt dann in x -Richtung (Abbildung 4.7, bzw. Abbildung 5.5). Dadurch addieren sich zwei Wellen mit $k_x = |\mathbf{k}|$ und $\hat{k}_x = |\mathbf{k}| \cdot \cos \alpha$, was mit $\cos 60^\circ = 1/2$ zu dem gewünschten Ergebnis führt. Der Winkel unter dem der zweite Teilstrahl auf den Spiegel trifft ist dabei sehr kritisch für die Symmetrie des einzelnen Doppeltopfes (siehe auch 4.2.2). Das entsprechende symmetrische Potential ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Wie man sieht ergibt die einfache Addition der Intensitäten der Wellen einen auf dem Kopf stehenden Doppeltopf. Wird der Laser allerdings rotverstimmt um einige GHz (in unserem Fall um 6 – 9GHz), so wirken die Intensitätsmaxima aufgrund der Dipolkraft (Abschnitt 2.2.2) attraktiv und das Potential erscheint als Doppeltopf (*high-field seeking*).

Wegen der zur Erzeugung verwendeten stehenden Lichtwellen ist das Potential, das wir erhalten periodisch, was jedoch für unsere Messungen keinen Unterschied zum nichtperiodischen Potential darstellt, solange benachbarte Doppeltöpfe weitestgehend in ihrer Form und damit ihrer internen Symmetrie identisch sind. Da insbesondere die Symmetrie der einzelnen Doppeltöpfe sehr kritisch vom Winkel zwischen den zwei Strahlen abhängt

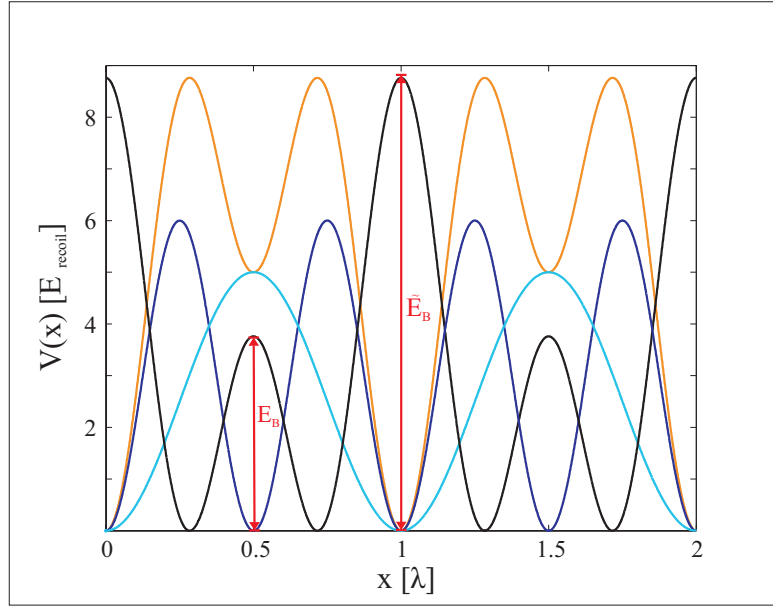


Abbildung 4.1: Doppeltopfpotential (orange) erzeugt durch die Addition zweier stehender Wellen mit Wellenvektor k und $k/2$ (in blau). Dabei ist in schwarz der Doppeltopf so dargestellt, wie ihn die Atome durch die rote Verstimmung des Laserlichtes wahrnehmen (*high-field seeking*). Zusätzlich sind die charakteristischen Parameter mittlere und große Barrierehöhe E_B bzw. \tilde{E}_B eingezeichnet.

und sich experimentell als sehr schwierig erweist, wird in späteren Kapiteln näher darauf eingegangen (Abschnitt 5.3.2).

4.1.1 Berechnung des Potentials

Analytisch ergibt sich das Potential aus der Addition von vier Strahlen: einer einlaufenden und einer reflektierten Welle (mit Amplitude E_1), die sich senkrecht zum Spiegel ausbreiten und aus je einer ein- und auslaufenden Welle, die unter dem Winkel $\alpha = 60^\circ$ zum Spiegel orientiert sind (mit Amplitude E_2). Geht man von einem idealen metallischen Spiegel aus, so ist der Phasensprung $\varphi = \pi$ und die Reflektion verlustfrei. Man erhält im Überlappbereich unmittelbar vor dem Spiegel das folgende elektromagnetische Feld:

$$\begin{aligned}
 E(x, t) = & E_1 \sin(kx - \omega_1 t) + E_1 \sin(-kx - \omega_1 t + \pi) + \dots \\
 & E_2 \sin\left(\frac{k}{2}x - \omega_2 t\right) + E_2 \sin\left(-\frac{k}{2}x - \omega_2 t + \pi\right).
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Dabei stehen ω_1 bzw. ω_2 für die entsprechenden Kreisfrequenzen. Für die Erzeugung eines Doppeltopfes, wie er in Abbildung 4.1 dargestellt ist, ist es wichtig, dass sich die Intensitäten der Stehwellen addieren. Bei gleich polarisierten Stehwellen kann dies ermöglicht werden, indem man die Frequenz der zweiten Stehwelle ändert. Da der zweite Teilstrahl durch einen Akkusto-Optischen Deflektor (AOD) (Abschnitt 4.2.2) frequenzverschoben wird, lässt sich ω_2 schreiben als $\omega_2 = \omega_1 + \omega_{AOD}$ ($\omega_{AOD} \approx 2\pi \cdot 40\text{MHz}$). Mit Hilfe des Additionstheorems $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ lässt sich 4.1 wie folgt

vereinfachen:

$$E(x, t) = 2E_1 \sin(kx) \cos(\omega_1 t) + 2E_2 \sin\left(\frac{k}{2}x\right) \cos(\omega_2 t). \quad (4.2)$$

Die Intensität des Feldes ist dann gegeben durch

$$I(x, t) = c \cdot \varepsilon_0 \cdot |E|^2 = c \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(4E_1^2 \sin^2(kx) \cos^2(\omega_1 t) + 4E_2^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) \cos^2(\omega_2 t) + \dots \right. \\ \left. 8E_1 E_2 \sin(kx) \cos(\omega_1 t) \sin\left(\frac{k}{2}x\right) \cos(\omega_2 t) \right) \quad (4.3)$$

Daraus lässt sich mit $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$ der folgende Ausdruck berechnen

$$I(x, t) = c \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(4E_1^2 \sin^2(kx) \cos^2(\omega_1 t) + 4E_2 \sin\left(\frac{k}{2}x\right) \cos^2(\omega_2 t) + \dots \right. \\ \left. 4E_1 E_2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) \sin(kx) (\cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t)) \right). \quad (4.4)$$

Die ersten beiden Terme entsprechen jeweils einer stehenden Welle mit den Wellenzahlen k und $k/2$. Der letzte Term enthält Summe und Differenz aus den Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 . Mit Größenordnungen von $\omega_1 + \omega_2 \approx 10^{15}$ Hz und $\omega_1 - \omega_2 \approx 40$ MHz entspricht das Zeitskalen im Femtosekundenbereich bzw. $t \approx 25$ ns. Man kann den Term vernachlässigen, wenn man berücksichtigt, dass im Experiment alle relevanten Zeitskalen viel länger sind und die zusätzlichen Oszillationen dadurch vernachlässigt werden können. Setzt man diesen Zusammenhang nun in die Kombination aus Gleichung 2.29 und Gleichung 2.13 ein, ergibt sich daraus das Dipolpotential (vgl. Abbildung 4.1):

$$V(x) = V_2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) + V_1 \sin^2(kx). \quad (4.5)$$

Im Experiment wird die Höhe des Potentials in Einheiten der Rückstoßenergie, die ein Atom erfährt, wenn es mit einem Photon wechselwirkt, angegeben. Dabei entspricht $E_{rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = 5.069 \cdot 10^{-30} \text{ J} = h \cdot 7.6 \text{ kHz}$.

4.1.2 Eigenfunktionen und Eigenenergien

Um die Eigenzustände eines solchen Systems zu berechnen muss der Hamiltonoperator diagonalisiert werden. Für den Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{p^2}{2m} + \left(V_2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) + V_1 \sin^2(kx) \right) \quad (4.6)$$

ist dies analytisch allerdings nicht möglich. Das Ergebnis einer numerischen Diagonalisierung ist in Abbildung 4.2 dargestellt und zeigt die ersten vier Eigenfunktionen. Die Energieniveaus sind nicht äquidistant wie beim harmonischen Oszillator und treten unterhalb der Energiebarriere E_B als Dubletts auf. Die Intensitäten der einzelnen Stehwellen sind für die Abbildung so gewählt, dass das Grundzustandsdublett gerade noch unterhalb der Barriere ist und die angeregten Zustände darüber liegen.

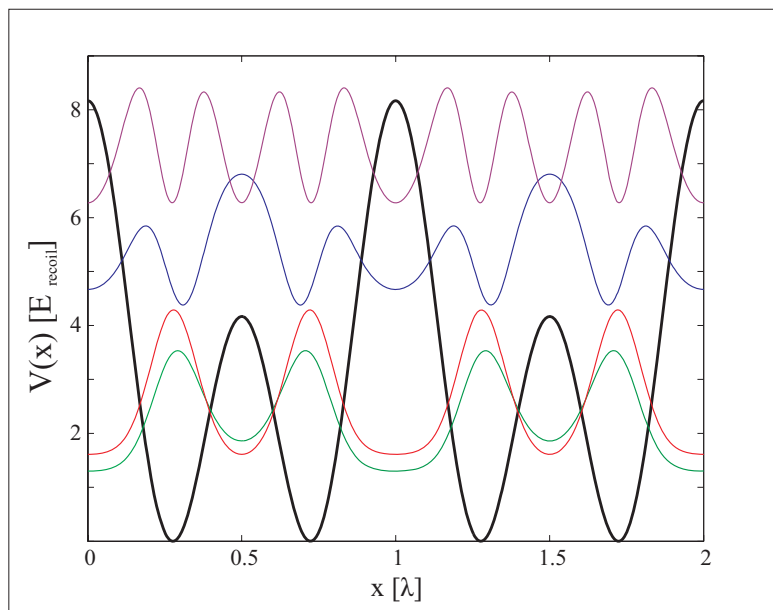


Abbildung 4.2: Dargestellt ist das Absolutequadrat der ersten vier Energieeigenfunktionen des periodischen Doppelpotentials. Man sieht, dass die Grundzustandswellenfunktionen in den Potentialmulden lokalisiert und durch die Barriere voneinander getrennt sind. Klassisch könnten die Grundzustände die Potentialmulden nicht verlassen. Verwendet wurde ein Potential mit den Parametern $V_1 = 5 E_{\text{rec}}$ und $V_2 = 7 E_{\text{rec}}$.

4.1.3 Tunneldynamik

In Abbildung 4.3 sind noch einmal die ersten zwei Grundzustände des Potentials, diesmal ohne Absolutequadrat, eingezeichnet. So wird deutlich, dass sich durch Superposition der symmetrischen Eigenfunktion $|+\rangle$ und der antisymmetrischen Funktion $|-\rangle$ Wellenfunktionen bilden lassen, die jeweils in einer Potentialmulde lokalisiert sind: für die linke Potentialmulde $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle)$ und für die rechte Mulde $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle)$. Man kann demnach auch die Zustände $|+\rangle$ und $|-\rangle$ über eine Basis aus diesen lokalisierten Zuständen darstellen. Lässt man den Zeitentwicklungsoperator $\hat{U} = \exp(-i\hat{H}t/\hbar)$ auf die beiden Dublettzustände in dieser Basis wirken, erhält man

$$|+\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|l\rangle + |r\rangle) \exp\left(-i\frac{E_+}{\hbar}t\right) \quad (4.7)$$

$$|-\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|l\rangle - |r\rangle) \exp\left(-i\frac{E_-}{\hbar}t\right) \quad (4.8)$$

wobei E_+ und E_- die Energien der Dublettzustände sind. Ein anfänglich links lokalisiertes Wellenpaket $|\psi\rangle(t=0) = |l\rangle$ lässt sich demnach zu einem beliebigen Zeitpunkt t darstellen als:

$$|\psi\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\exp(-i\frac{E_+}{\hbar}t)|+\rangle + \exp(-i\frac{E_-}{\hbar}t)|-\rangle \right). \quad (4.9)$$

Die Wahrscheinlichkeitsamplitude dafür, dass ein Teilchen durch die Potentialbarriere getunnelt ist, ergibt sich durch Projektion der Wellenfunktion $|\psi\rangle$ auf den rechts locali-

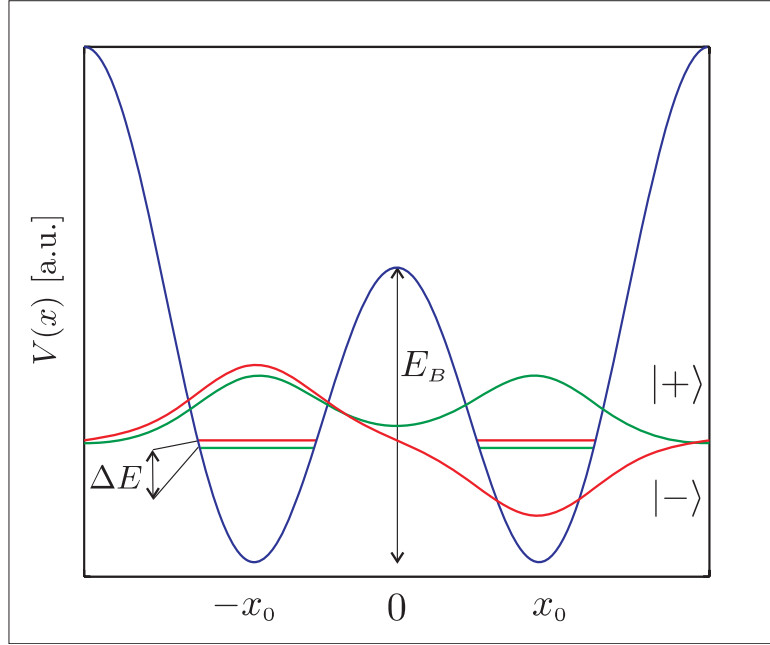


Abbildung 4.3: Die beiden tiefsten Energieeigenfunktionen (Grundzustandsdublett) des periodischen Doppeltopfpotentials. Aus diesen Funktionen lassen sich Superpositionen bilden, die in je einer Potentialmulde lokalisiert sind. Die Potentialminima sind mit $\pm x_0$ gekennzeichnet.

sierten Zustand $|r\rangle$:

$$\langle r|\psi\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-i\frac{E_+ t}{\hbar}\right) \left(\langle r|+\rangle + \exp\left(-i\frac{\Delta E}{\hbar}t\right) \langle r|-\rangle \right) \quad (4.10)$$

$$= \frac{1}{2} \exp\left(-i\frac{E_+ t}{\hbar}\right) \left(1 - \exp\left(-i\frac{\Delta E}{\hbar}t\right) \right), \quad (4.11)$$

dabei ist $\Delta E = E_- - E_+$ die Energiedifferenz der Dublettzustände. Das Betragsquadrat liefert die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im rechten Topf:

$$|\langle r|\psi\rangle(t)|^2 = \frac{1}{4} \left| 1 - \exp\left(-i\frac{\Delta E}{\hbar}t\right) \right|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(\delta t). \quad (4.12)$$

Wie man sieht ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit damit nicht konstant, sondern oszilliert mit der Frequenz $\delta = \Delta E/\hbar$ zwischen den Werten 1 und 0. Das bedeutet, dass das Teilchen mit der Frequenz δ zwischen den Töpfen hin und her tunnelt und für die Werte $\delta t = \pi, 3\pi, 5\pi\dots$ im rechten Topf, für $\delta t = 2\pi, 4\pi, 6\pi\dots$ im linken Topf lokalisiert ist. Wird ein Atom demnach im Ausgangszustand $|l\rangle$, bzw. $|r\rangle$ präpariert, ist im Experiment ein abwechselndes Erscheinen in beiden Töpfen beobachtbar.

Die Zeit, die die Atome benötigen um von einer Potentialmulde in die Andere zu gelangen, ergibt sich zu

$$t = \frac{2\pi}{\Delta E} \cdot \hbar. \quad (4.13)$$

Bei wachsender Tunnelaufspaltung wird die Dynamik also schneller. Nimmt dagegen die Barrierenhöhe E_B zu, wird die Dynamik langsamer. Außerdem nimmt die Transmissi-

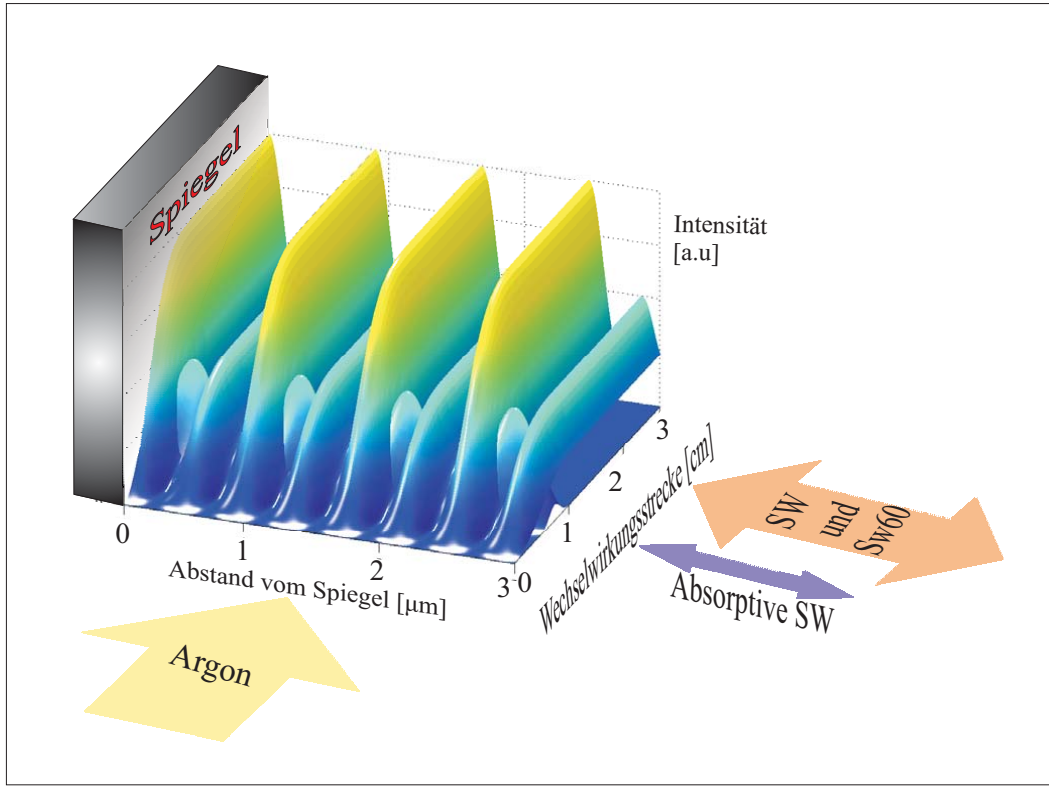


Abbildung 4.4: Dreidimensionale Darstellung des Doppeltopfpotentials mit überlagerter absorptiver Stehwelle. Die Atome laufen in z -Richtung in das Potential ein, das adiabatisch in der Intensität ansteigt. Die absorptive Stehwelle wird so justiert, dass die Atome sich bereits im Grundzustand des Potentials befinden (das Doppeltopfpotential also schon die volle Intensität erreicht hat) und die Atome aus jeder zweiten Potentialmulde entfernt werden. Dafür muss die Periode derjenigen der Stehwelle SW entsprechen und eine Phasenverschiebung von ungefähr $\pi/4$ relativ zum Doppeltopfpotential vorliegen. Dies wird durch den Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle relativ zum Einfall der Stehwelle $SW60$ erreicht (in dieser Abbildung nicht erkennbar).

onswahrscheinlichkeit $|S(E)|^2$ ab, gemäß [21]:

$$|S(E)|^2 = \exp \left\{ -2 \int_{-x_E}^{x_E} \frac{\sqrt{2m(V(x) - E_{\pm})}}{\hbar} dx \right\}. \quad (4.14)$$

Hier stehen x_E und $-x_E$ für die Positionen im Potential an denen $V(x) = E_+$ beziehungsweise $V(x) = E_-$ ist.

Das Tunneln in einen benachbarten Doppeltopf, also durch die hohe Barriere \tilde{E}_B , kann damit ausgeschlossen werden, da die Transmissionswahrscheinlichkeit wie in Gleichung 4.14 zu sehen ist exponentiell mit der Barrierenhöhe abnimmt.

4.1.4 Präparation des Anfangszustandes

Um Tunneln beobachten zu können, werden die Atome in jeweils einer Potentialmulde jedes Doppeltopfes lokalisiert. Um dies zu erreichen leuchtet man die einzelnen Doppeltopfe zunächst homogen mit Atomen aus. Das heisst, die Atome laufen adiabatisch in das Doppeltopfpotential hinein, das so designed ist, dass es in Propagationsrichtung

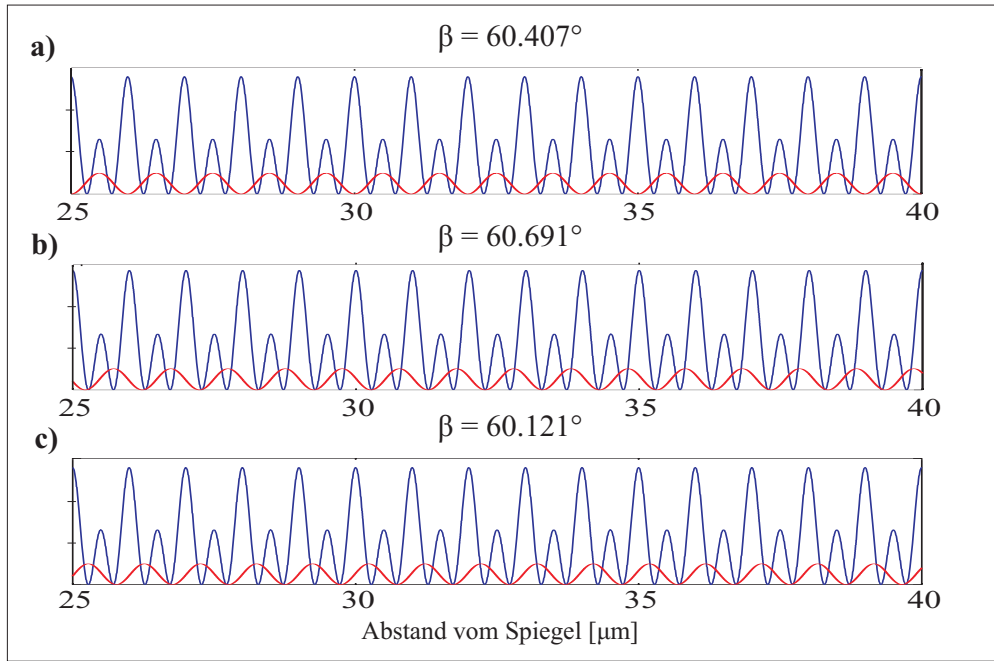


Abbildung 4.5: Absorptive Stehwelle relativ zu dem Doppeltopfpotential für verschiedene Einfallswinkel. a) Für einen Winkel von 60.407° erhält man zwar exakt die Periode von 811nm , liegt mit den Intensitätsmaxima allerdings in den Barrieren des Doppeltopfes. Die Teilbilder b) und c) zeigen die Situation für 60.691° und 60.121° für die die Absorption jeweils aus einer Potentialmulde des Doppeltopfpotentials erfolgt. Da die Periode der absorptiven Stehwelle nun nicht genau den 811nm des Doppeltopfes entspricht, ist die Position der Absorptionsmaxima im Doppeltopf abhängig vom Spiegelabstand. Für die hier angegebenen Winkel ist die optimale Präparation im Abstand von $32\mu\text{m}$ erreicht.

langsam ansteigt und dann konstant bei seinem Maximalwert bleibt (vgl. Abbildung 4.4). Die einlaufende ebene Materiewelle entwickelt sich dabei adiabatisch in den Grundzustand des Doppeltopfes. Dann werden Atome aus jeder zweiten Potentialmulde wieder entfernt. In Abbildung 4.4 ist das Potential mit der absorptiven Stehwelle schematisch dargestellt. Dazu wird das Laserlicht des offenen Überganges mit 801.702nm benutzt. Die Atome, die durch diesen Laser angeregt werden, fallen in den Grundzustand und werden daher in den Messungen nicht detektiert. Der Laserstrahl mit einer Strahltaile von ungefähr $200 - 400\mu\text{m}$ wird daher an den Anfang der Wechselwirkungsstrecke der Atome mit dem Potential justiert, dort, wo das Maximum der Intensität der anderen Stehwellen gerade erreicht ist.

Damit die Absorption der Atome an der richtigen Stelle im Doppeltopf erfolgen kann, wird eine Periode von 811.757nm mit Intensitäts- und folglich Absorptionsmaxima exakt am Ort eines Potentialminimums benötigt. Daher wird auch die absorptive Stehwelle unter einem Winkel von ungefähr 60° gebildet. Die Position der Absorptionsmaxima innerhalb des Doppeltopfes hängt von diesem Einfallswinkel ab. Bei 60.407° entspricht die Periode der absorptiven Stehwelle gerade der des Doppeltopfes. Die Absorptionsmaxima liegen daher in den mittleren Barrieren der Doppeltopfe und es erfolgt keine Lokalisierung der Materiewelle. Eine Präparation der Atome in den linken Potentialmulden erreicht man bei einem Einfallswinkel von 60.691° . Die Präparation in die rechten Potentialmulden gelingt bei 60.121° (Abbildung 4.5b und c). Für diese Einfallswinkel ist

die Position der Maxima im Doppelpotf jedoch abhängig vom Abstand vom Spiegel, da die Periode nicht mehr mit der des Doppelpotfpotentials übereinstimmt. Die angegebenen Winkel ergeben sich für einen geeigneten Abstand von $30 - 60\mu\text{m}$, also für einen Spiegelabstand indem die Atome das Potential durchlaufen.

Da immer nur bis zu zwölf¹ Doppeltöpfe gleichzeitig vom Atomstrahl kohärent ausgeleuchtet werden (dies entspricht etwa $19\mu\text{m}$), ist die leichte Verschiebung der Phase zwischen Doppelpotf und absorptiver Stehwelle innerhalb dieser Töpfe vernachlässigbar.

Die optimale Position des Atomstrahls relativ zum Spiegel ergibt sich durch folgende Überlegungen. Wenn der Atomstrahl zu nahe am Spiegel vorbeigeht, werden am Potential gebeugte Atome durch diesen abgeblockt und man erhält einen hohen Verlust an Atomen durch den Spiegel. Zu groß darf der Abstand zwischen Spiegel und Atomstrahl allerdings auch nicht sein, denn je größer der Abstand wird, desto stärker können sich kleine Phasenverschiebungen zwischen den Stehwellen auf die Symmetrie des Potentials auswirken. Ausserdem wird davon ausgegangen, dass das Doppelpotfpotential eben ist und die Potentialmulden parallel zum Spiegel verlaufen. Diese Annahmen sind nur für das Nahfeld sehr gut erfüllt. Die ideale Position des Atomstrahls relativ zum Spiegel und der benötigte Winkel werden im Experiment jeweils neu bestimmt (siehe Abschnitt 5.2.2). Ideal ist, den Winkel so einzustellen, dass sich in einem Abstand von $30 - 50\mu\text{m}$ das Absorptionsmaximum in einer der Potentialmulden befindet.

4.2 Experimentelle Realisierung des Potentials

4.2.1 Stehwellen

In der Vakuumkammer befindet sich eine Goldspiegelkonstruktion, die parallel zur Fortbewegungsrichtung der Atome ausgerichtet ist. An dieser wird das Laserlicht, das von einem Titansaphirlaser über eine Glasfaser zum Experiment geleitet wird, reflektiert. Es bildet sich, wie zuvor theoretisch beschrieben, durch Überlagerung der einlaufenden und reflektierten Wellen eine stehende Welle aus, durch die die Atome parallel zum Spiegel propagieren. Damit die Wechselwirkungsstrecke mit dem Stehwellenfeld ausreichend lang ist, wird der Strahl zuvor durch ein Zylinderlinsen-Teleskop auf insgesamt 12cm aufgeweitet. Der optische Aufbau ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Insgesamt ist eine Wechselwirkungsstrecke von knapp 4cm im Experiment realisiert, was einer Wechselwirkungszeit von 1.5ms bei einer Atomgeschwindigkeit von 27m/s entspricht. Idealerweise sollte das Potential innerhalb seiner Länge wenig variieren, um nichtadiabatische Übergänge in angeregte Zustände zu vermeiden, die im Allgemeinen über der mittleren Potentialbarriere E_B liegen. Es wird daher nur der mittlere Bereich von rund 4cm des aufgeweiteten Strahls auf den Spiegel gelenkt. Geht man von einem gaussförmigen Strahlprofil aus, erhält man so nur eine relative Abweichung von ca. 10% in der Intensität.

Da für die Präparation des Doppelpotfpotentials zwei Laserstrahlen benötigt werden, die die gleiche Wellenlänge haben, schickt man den Laserstrahl noch vor dem Aufweiten durch einen akusto-optischen Deflektor (AOD). Der AOD beugt einen Teil aus dem

¹Für die Berechnung der transversalen Kohärenzlänge [35] wurde eine mittlere Geschwindigkeit von 27m/s angenommen.

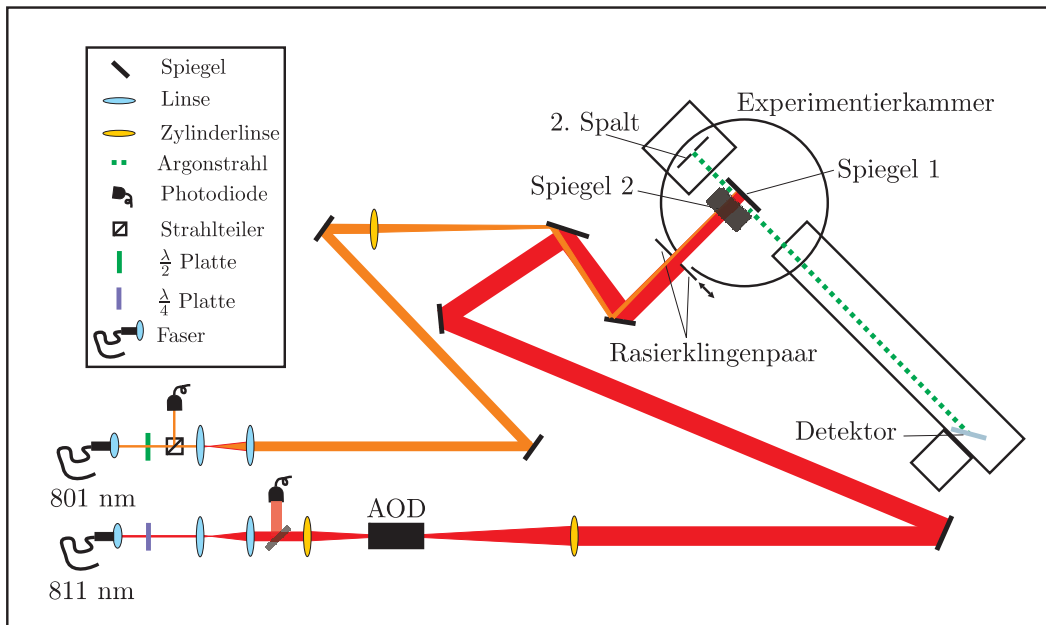


Abbildung 4.6: Optischer Aufbau zur Erzeugung der Stehwellenpotentiale. Die Strahlen für die Stehwellen werden über Glasfasern zum Experiment geführt und hier durch entsprechende Linsensysteme präpariert. Wegen des geringen Beugungswinkels des AOD ist der Weg der zwei Strahlen (die beiden Strahlen laufen in einer Ebene, die senkrecht zur Bildebene steht) bis zum Spiegel in der Experimentierkammer rund 2m lang, damit die Strahlen auf der Spiegelkonstruktion (Abbildung 4.7) räumlich weit genug getrennt werden.

ursprünglichen Strahl so heraus, dass er unter einem Winkel von 60° auf den Spiegel trifft. Da der Beugungswinkel des AOD dabei sehr klein ist (ca. 8mrad [36]) muss der Weg zwischen AOD und Goldspiegel rund 2m lang sein, damit die Strahlen räumlich ausreichend voneinander getrennt werden.

Das Laserlicht, das für den Absorptionsprozess sorgt, also das Licht der Wellenlänge 801.702nm, wird durch ein sphärisches Teleskop aufgeweitet und über eine langbrennweitige Zylinderlinse auf den Goldspiegel fokussiert. Auch dieser absorptive Laserstrahl bildet unmittelbar vor dem Spiegel eine stehende Lichtwelle, erzeugt jedoch nur eine sehr kurze Wechselwirkungsstrecke von ungefähr $400\mu\text{m}$ mit den Atomen.

4.2.2 Akusto-optischer Deflektor und Goldspiegel

Für die Herstellung eines symmetrischen Doppeltopfes ist eine perfekte Abstimmung zwischen den Winkeln von AOD und Goldspiegel nötig, so dass die vom AOD gebeugte Stehwelle tatsächlich unter dem gewünschten Winkel von $\alpha = 60^\circ$ einfällt.

Der hier verwendete AOD (Fa. IntraAction Corp., Model ADM-402A1) erzeugt bei einer Frequenz von 40MHz und einer Lichtwellenlänge von 811.757nm einen gemessenen Beugungswinkel von 8.125mrad. Durch die Variation der angelegten Spannung lässt sich die Beugungseffizienz und damit das Verhältnis zwischen der Intensität des gebeugten und ungebeugten Strahls verändern².

Der Goldspiegel besteht aus zwei Teilspiegeln, die um einen Winkel von $\gamma = 60.17^\circ$ ge-

²Die Funktionsweise des AODs beruht auf der Beugung an einer laufenden Schallwelle, deren Amplitude durch die Spannung variiert wird [37]

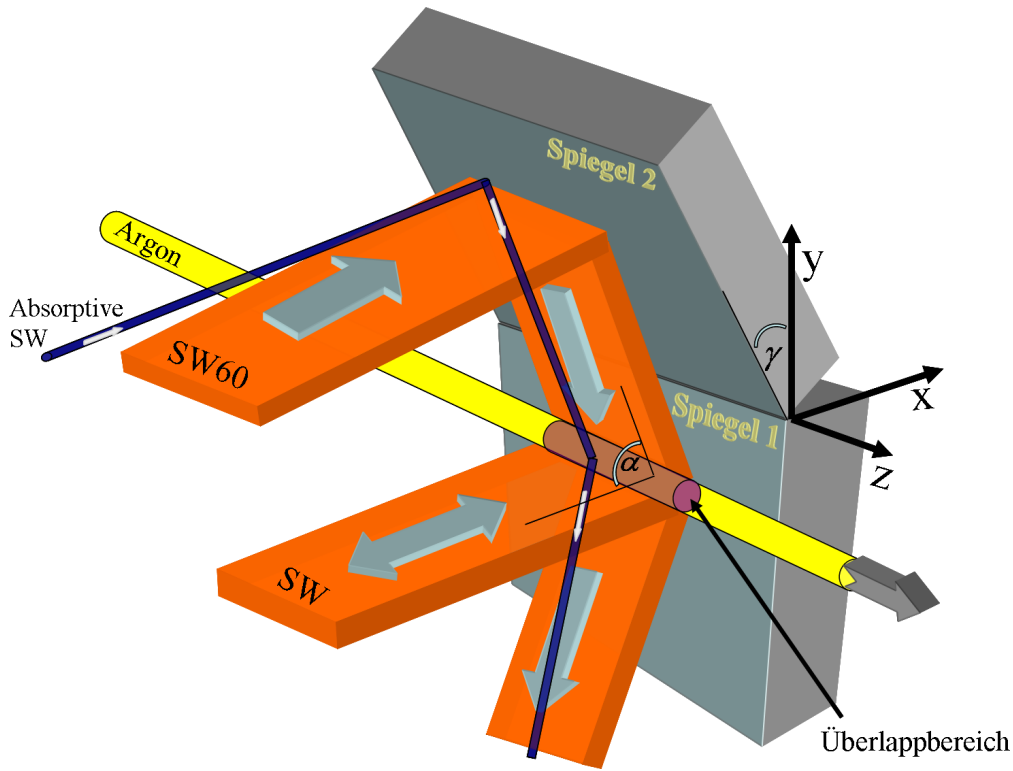


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung der Goldspiegeleinheit und der Erzeugung des Stehwellenpotentials. Die Atome propagieren parallel zur Spiegelfläche in z -Richtung durch das unmittelbar vor der Spiegeloberfläche erzeugte Stehwellenpotential. Durch Überlagerung der zwei breiten Stehwellen ergibt sich im Überlappbereich das Doppeltopfpotential. Die absorptive Stehwelle sorgt dafür, dass nur jede zweite Potentialmulde mit Atomen im metastabilen Zustand besetzt ist. Diese Stehwelle fällt unter einem anderen Winkel auf den Spiegel 2 ein, als die Stehwelle $SW60$ (für Details siehe Abschnitt 4.1.4). Für unseren Aufbau ist $\gamma = 60.17^\circ$ was einen Winkel von $\alpha = 60^\circ$ für den Einfall der Stehwelle $SW60$ ergibt.

geneinander verkippt sind (siehe Abbildung 4.7). Nach den 2m Wegstrecke ist der vom AOD gebeugte Strahl räumlich weit genug von dem ersten getrennt, so dass er auf den oberen der beiden Spiegel (Spiegel 2) unter einem Winkel von 30° auftrifft. Auf diese Art und Weise gelangt der zweite Strahl unter 60° gegenüber der ersten Stehwelle auf den unteren Spiegel (Spiegel 1).

Die Nutzung eines AODs hat den Vorteil, dass der für die Symmetrie des Potentials verantwortliche Winkel α durch die Veränderung der Radiofrequenz des AODs kontrolliert werden kann.

Dennoch ist es wichtig, dass alle Winkel, die in dem System vorhanden sind, als Ausgangsposition so genau wie möglich eingestellt werden.

Spiegel 1 ist auf einen Aluträger geklebt und besitzt keine unabhängige Justagemöglichkeit mehr. Der obere Spiegel ist über einen kommerziellen Spiegelhalter (Fa. Thorlabs, KM100) an den Aluträger des unteren Spiegels geschraubt und somit verstellbar. Die Einstellschrauben dieses Spiegelhalters wurden für eine präzisere Justage durch differentielle Schrauben (Fa. Thorlabs, DAS110) ersetzt. Die gesamte Spiegeleinheit ist als Ganzes auf einen verstellbaren Tisch geschraubt und kann über einen Schrittmotor gefahren werden (siehe 4.3.1). Wie in der Diplomarbeit von Thomas Hörner [36] genau

beschrieben, wurde für die Grundjustage ein Messaufbau mit einem Goniometer realisiert, so dass der Winkel zwischen den zwei Spiegeln vor Einbau der Konstruktion in die Vakuumkammer auf eine absolute Genauigkeit von 0.004° eingestellt werden konnte. Sehr entscheidend ist auch, dass der erste Laserstrahl unter genau 0° auf Spiegel 1 trifft, damit der relative Winkel zwischen den beiden Stehwellen 60° ist. Um dies mit größtmöglicher Präzision zu gewährleisten, wurde der Strahl derart justiert, dass er in die Glasfaser und damit in sich selbst zurückläuft. Ein $\lambda/4$ -Plättchen im Strahlengang sorgt für die Drehung der Polarisation nach zweimaligem Durchlaufen des Plättchens, so dass ein hinter der Faser befindlicher polarisierender Strahlteiler den Rückreflex vom hinlaufenden Strahl trennen und man mit einer Photodiode das Signal optimieren kann.

4.3 Variationen des Potentials in Propagationsrichtung

4.3.1 Motoren

Während der Experimente und zur Justage der Stehwellen sind präzise Einstellungen des Goldspiegels und anderer Bauteilen nötig. Damit reproduzierbare Ergebnisse erzeugt werden können, sind insgesamt sieben Schrittmotoren der Firma Oriol bzw. Thorlabs in und vor der Experimentierkammer eingebaut worden. Abbildung 4.8 soll dazu einen Überblick geben. In der Abbildung sind die Motoren von M1 bis M6 durchnummeriert. Die roten Linien (mit A1 bis A4 beschriftet) stellen die Achsen dar, um welche die Spiegel einzeln oder als Einheit durch die Motoren mit der entsprechenden Nummer verkippt werden können. Die Motoren M5 und M6 fahren jeweils einen Spalt, durch die der Atomstrahl läuft bevor er zum Goldspiegel und damit zum Stehwellenpotential gelangt, relativ zum Atomstrahl in x -Richtung. Dies kann nötig werden, wenn die Kühlmechanismen wie u.a. der Funnel neu justiert werden müssen.

Der Motor M2 verkippt die gesamte Goldspiegeleinheit um die vertikale Achse (y -Achse) und kann damit den Spiegel in einer Ebene parallel zum Atomstrahl ausrichten. Dieser Motor wird unter anderem genutzt, um die Atome unter einem Winkel auf das Stehwellenpotential einfallen zu lassen (zum Beispiel für Braggbeugung). Um die Spiegeleinheit um die z -Achse zu verkippen, wird der dritte Motor M3 eingesetzt. Der Winkel zwischen den beiden Spiegeln bleibt dabei unverändert.

Der gesamte Tisch, auf den die Spiegelkonstruktion gebaut ist, kann parallel durch den Motor M1 gefahren werden. Dieser Motor kommt bei einigen Messmethoden zum Einsatz, wie zum Beispiel beim Bestimmen der Schwebungsfrequenzen (Abschnitt 5.2.1), dabei wird der Abstand des Atomstrahls relativ zur Spiegeleinheit verändert.

Ausserhalb der Vakuumkammer lässt sich eine Rasierklinge (R2), die zum Abschneiden des Potentials und damit zu der Veränderung der Wechselwirkungsstrecke (Abschnitt 4.3.3) benutzt wird, mit dem siebten Motor M7 reproduzierbar verschieben.

Aus aktuellem Anlass wurde noch ein weiterer Motor in die Vakuumkammer eingebaut, der den Spiegel 2 gegenüber Spiegel 1 verkippen kann, damit der Winkel hiermit in Zukunft auch nachträglich verändert werden kann. Dieser ist in der Abbildung mit M4 gekennzeichnet.

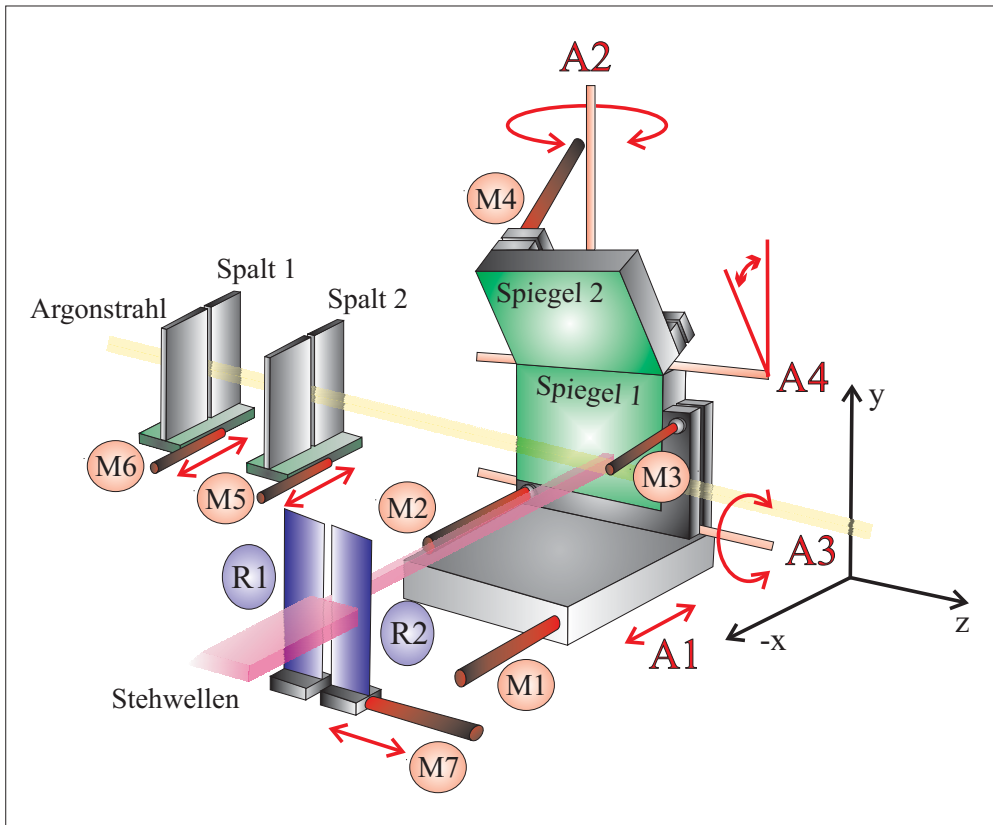


Abbildung 4.8: Schematische Darstellung der Bauteile in der Experimentierkammer. Der in grün hervorgehobene Spiegel ist auf einem Spiegelhalter fixiert, der wiederum auf einem verfahrbaren Tisch montiert ist. In rot-schwarz sind die Motoren (M1-M5) eingezeichnet, welche die einzelnen Bestandteile um die mit A1-A4 markierten Achsen bewegen oder die Bauteile linear verschieben können. Mit R1 und R2 sind die zwei Rasierklinnen bezeichnet, die zum Blockieren der in hellrot angedeuteten Stehwellen dienen. Die Atome in hellgelb durchlaufen zwei Spalte, die wiederum in x -Richtung verstellbar sind, bevor sie in das Stehwellenpotential unmittelbar vor den Spiegeln eintreten.

4.3.2 Filter

Für die Beobachtung der Tunneldynamik ist es wichtig, dass die Atome in die Grundzustände des Doppelpotentials übergehen, da im Allgemeinen nur die Grundzustandsfunktionen unterhalb der Barriere liegen (Abschnitt 4.1.2) und angeregte Zustände demnach auch klassisch über die Barriere gelangen könnten.

Damit die Atome adiabatisch in den Grundzustand des Potentials übergehen können, muss die Intensität langsam ansteigen. Dies kann durch einen Filter erreicht werden. Vor dem Eintritt der Stehwelle in die Vakuumkammer wird damit das Licht am linken Rand, also an der dem Funnel zugewandten Seite des Laserstrahls, abgeschwächt. Umgesetzt wird das durch Berußen von Objektträgern aus Glas mit einer Feuerzeugflamme. Ein Bild des resultierenden Strahlprofils sieht man in Abbildung 4.9. Der Effekt ist gut zu erkennen und zeigt auch im Experiment das gewünschte Ergebnis.

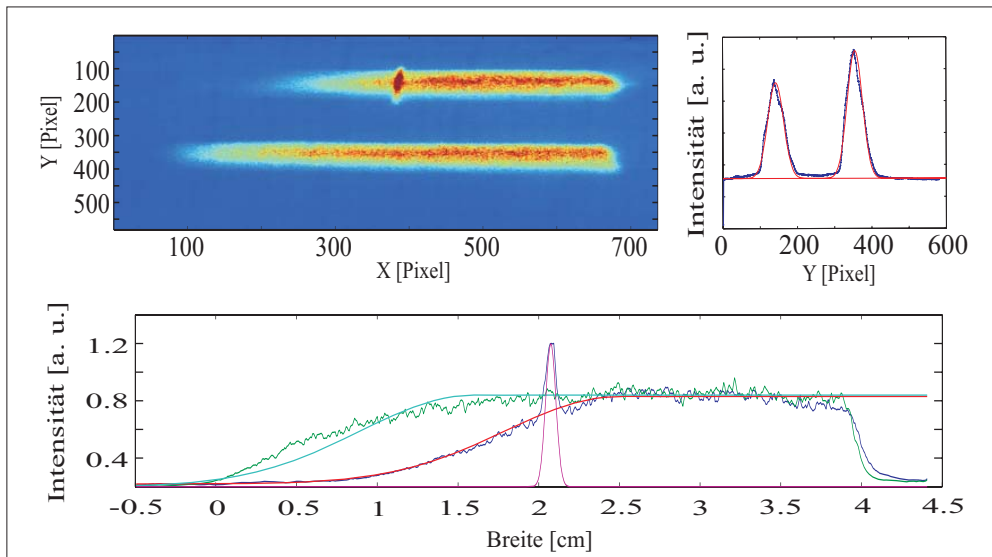


Abbildung 4.9: CCD-Bild von den Strahlen der beiden Stehwellen und der absorptiven Stehwelle (oberes linkes Teilbild) sowie analysiertes Höhen- und Längenprofil der Strahlen (oberes rechtes, bzw. unteres Bild). Der linke Rand im oberen linken, bzw. unteren Bild, also die Seite, von der die Atome in das Potential eintreten, wird mit einem Filter abgeschwächt um das gewünschte langsame Ansteigen des Potentials zu gewährleisten. Im unteren Bild sind dafür im Anstieg Gaussfunktionen angefitet worden, die für die Stehwelle *SW60* (blaue Linie: Daten, rote Linie Fit) sehr gut passen. Das Höhenprofil der beiden Stehwellen wurde ebenfalls mit Gaussfunktionen überlagert (rot: Gaussfunktion, blau: Daten). Man erhält damit eine Strahltaille in y -Richtung von 0.201cm.

4.3.3 Rasierklingen

Die Stehwellenpotentiale können durch Rasierklingen nach Belieben geblockt werden, so dass sich unterschiedlich lange Wechselwirkungsstrecken und steile oder langsam ansteigende Potentialkanten realisieren lassen (siehe Abbildung 4.8). Zur Beobachtung bei verschiedenen Wechselwirkungszeiten im Potential kann die Rasierklinge R2 am, von den Atomen aus gesehen, hinteren Rand der stehenden Lichtwelle mithilfe eines Motors schrittweise gefahren werden, wodurch die Wechselwirkungsstrecke der Atome mit dem Potential verändert wird. Das Aufnehmen einzelner Beugungsbilder mit unterschiedlichen Positionen der Rasierklinge (und damit Potentiallängen) zeigt die zeitliche Propagation der Atome in den Stehwellen. Die Beobachtung von Tunnelprozessen der Atome in den Doppeltöpfen wird auf diese Weise durchgeführt.

Das zusätzliche Einbringen einer Kante am Anfang der Stehwelle (R1) bewirkt ein abruptes Einschalten des Potentials, da dann der vom Filter verursachte flache Anstieg der Potentialintensität geblockt wird. Die Wellenfunktionen der Atome gehen dadurch nicht nur in den Grundzustand des Potentials über, sondern besetzen auch angeregte Zustände. Man beobachtet eine zusätzliche Dynamik in den Beugungsbildern, die durch Oszillationen der Beugungsordnungen charakterisiert sind und zum Beispiel beim Messen der Potentialhöhe zum Einsatz kommt (Abschnitt 5.1).

Kapitel 5

Experimentelle Ergebnisse

Für die Ausführung der Tunnelexperimente müssen vorbereitende Messungen durchgeführt werden, die sicherstellen, dass die Anforderungen an die Eigenschaften des Potentials, wie Potentialtiefe und Symmetrie und damit an die Ausrichtung der Goldspiegeleinheit usw. erfüllt sind. Diese werden in Abschnitt 5.1 vorgestellt. Anschließend wird in Abschnitt 5.2 auf das Problem der Symmetrisierung der Doppeltöpfe eingegangen. Die Ursache bisheriger Schwierigkeiten ist die Polarisierung der Laserstrahlen, welche die Potentiale erzeugen. In Abschnitt 5.3 wird der Einfluss der Polarisierung auf die Form des Potentials theoretisch analysiert. Die daraus resultierenden Konsequenzen für das Experiment werden in Abschnitt 5.4 beschrieben. Die Berücksichtigung der Polarisierung führte schließlich zur erstmaligen Beobachtung des Tunnelns einzelner Atome im Doppeltopf. Die Ergebnisse hierzu werden im letzten Abschnitt 5.5 vorgestellt.

5.1 Vorbereitung des Experiments

Im Experiment propagiert ein kollimierter, kohärenter Strahl aus Argonatomen mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 27m/s durch ein aus Laserstrahlen realisiertes periodisches Doppeltopfpotential, wie es in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben wurde. Das Ziel der in diesem Abschnitt beschriebenen Messungen ist die Herstellung der Voraussetzungen, um das Tunneln der Atome in den Doppeltöpfen beobachten zu können. Die entscheidenden Faktoren wie Symmetrie des Potentials, Adiabaticität der Zustandsentwicklung, Potentialhöhe und senkrecht Einlaufen der Atome in das Potential werden durch Vormessungen überprüft. Die Techniken dazu werden in diesem Abschnitt vorgestellt.

5.1.1 Braggbeugung - Ausrichten des Spiegels

Ziel dieser Methode ist es, das Stehwellenpotential so auszurichten, dass die Atome genau senkrecht darauf zu laufen. Der absolute Winkel der Goldspiegeleinheit relativ zum Atomstrahl um die y -Achse (Motor M2, siehe Abbildung 4.8) lässt sich nämlich nicht bestimmen. Man kann jedoch Rückschlüsse auf seine relative Ausrichtung erhalten, wenn man die Beugungsbilder von den Atomen am Potential benutzt.

Beim Durchlaufen des Atomstrahl einer stehenden Lichtwelle, können verschiedene Beugungsphänomene beobachtet werden ([38], [39], [27]). Trifft der Atomstrahl senkrecht

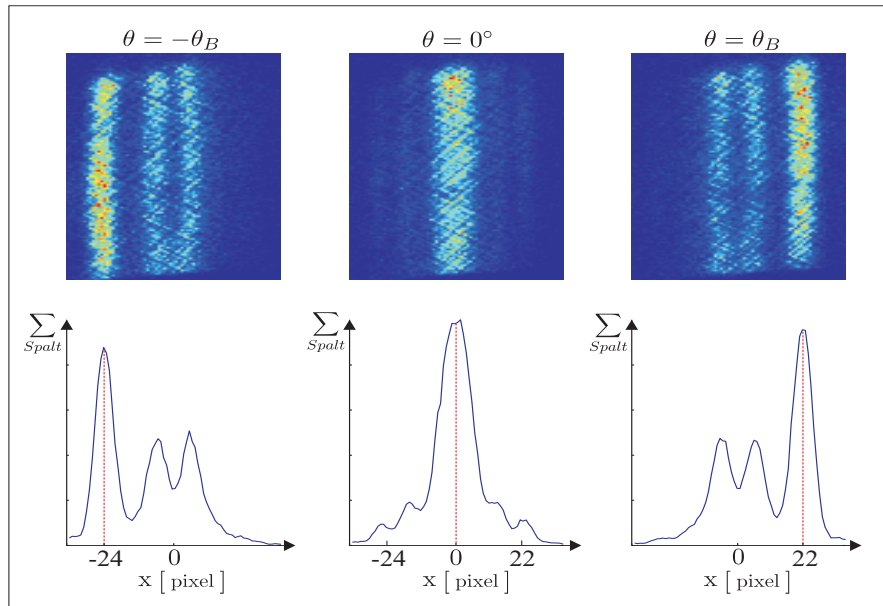


Abbildung 5.1: Stellt man den Winkel des Stehwellenpotentials relativ zum einfallenden Atomstrahl auf den Winkel θ_B bzw. $-\theta_B$ lässt sich die Goldspiegeleinheit parallel zum Atomstrahl ausrichten. Dafür muss man den Mittelwert bilden, der sich aus den beiden eingestellten Positionen für M2 ergibt.

auf die stehende Lichtwelle, sieht man symmetrische und meist mehrere Beugungsordnungen, die von der Intensität des Lasers abhängen. Das Lichtfeld wirkt als Gitter, an dem die Atome gebeugt werden. An diesem Gitter erhält man bei entsprechendem Einfallswinkel θ_B des Atomstrahls auf die Stehwellen und bei schwachem Potential, wie es bei uns für $V < E_{rec}$ der Fall ist, gemäß:

$$\sin(\theta_B) = \frac{\lambda}{2d} \quad (5.1)$$

Braggbeugung. Dabei bezeichnet λ die deBroglie-Wellenlänge der Atome und d entspricht der Gitterperiode. Es ergibt sich ein gegenüber dem einfallenden Atomstrahl um den doppelten Braggwinkel gebeugter Strahl.

Lässt man nun den Atomstrahl auf das um den Braggwinkel verkippte Stehwellenpotential einfallen, erhält man im Idealfall nur eine Beugungsordnung auf dem Detektorbild. Man kann auf diese Weise Positionen des Motors M2 finden, die Braggbeugung in die +1. bzw. -1. Beugungsordnung erzeugen. Aufgrund der vorhandenen transversalen Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl muss man berücksichtigen, dass nicht für alle Atome die Braggbedingung gleichzeitig erfüllt ist. Daraus resultiert ein „aus dem Strahl herausbeugen“, d.h. es verbleibt eine Restintensität in der nullten Beugungsordnung, die von denjenigen Atomen herrührt, die nicht der richtigen Geschwindigkeitsklasse angehören (siehe Abbildung 5.1.1). Sucht man den Braggwinkel einmal für Beugung in die +1. Ordnung und die -1. Beugungsordnung und bildet den Mittelwert aus diesen beiden Positionen, so lässt sich damit der Spiegel mit einer Genauigkeit von 5% des Beugungswinkels zum Atomstrahl parallel ausrichten.

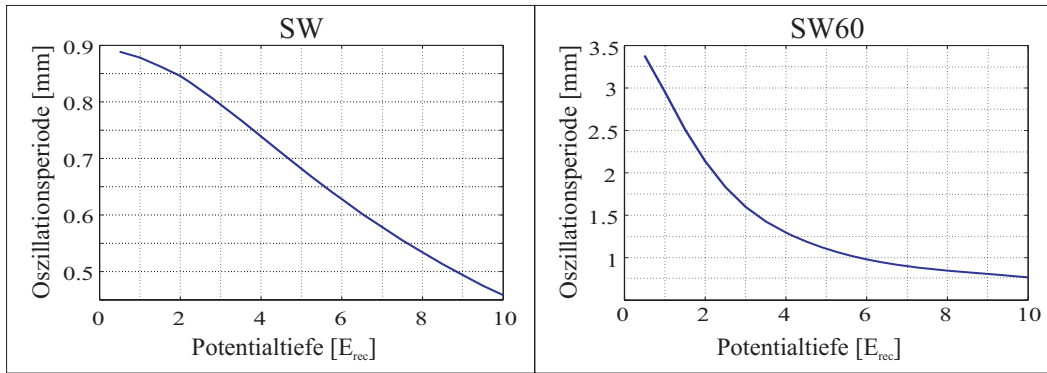


Abbildung 5.2: Simulation der Oszillationsperioden der Beugungsordnungen für das Potential einer reinen Stehwelle *SW* bzw. *SW60* für eine mittlere Geschwindigkeit der Atome von 27m/s. Misst man im Experiment die Periode der Oszillationen der Beugungsordnungen, kann man mit diesen Daten die Tiefe des Potentials ermitteln.

5.1.2 Messung der Potentialtiefe

Durch abruptes Einschalten der Stehwellen wird eine zusätzliche Dynamik im Potential hervorgerufen, wie in Abschnitt 4.3 beschrieben wurde. Diese Dynamik resultiert aus der Besetzung angeregter Potentialzustände bei nicht adiabatischem Übergang der Materiewelle in das Potential. Diese Oszillationen in den Beugungsordnungen können dazu benutzt werden, die Tiefe der Potentiale zu bestimmen, da die Frequenzen, mit denen die Atome in den Stehwellen hin und her oszillieren, in der harmonischen Näherung proportional zu den Amplituden der Stehwellen sind.

Man setzt :

$$\frac{m}{2}\omega^2 x^2 = V \cdot \sin^2(kx) \quad (5.2)$$

und nähert den Sinus in erster Ordnung. Dann ergibt sich für die Tiefe des Potentials:

$$V = \frac{m \omega^2}{2 k^2}. \quad (5.3)$$

Die Näherung gilt allerdings nur gut für tiefe Potentialtöpfe. Wegen der höheren Genauigkeit, werden die Potentialtiefen für das Experiment daher aus den Simulationen der Oszillationen der Beugungsordnungen bestimmt. Dabei die *Schrödinger Gleichung* für ein steil ansteigendes Potential numerisch gelöst (siehe Abschnitt 2.3.1). Aus diesen Ergebnissen wird, wie im Experiment, die Oszillationsfrequenz bestimmt. In Abbildung 5.2 sind die Oszillationsfrequenzen für verschiedene Potentialtiefen aufgetragen.

5.2 Symmetrisierung des Doppeltopfes

Für Experimente, die das Verhalten von Atomen in Potentialen untersuchen, ist die Form dieser Potentiale sehr entscheidend. In unseren Messungen sollen die Atome durch ein Doppeltopfpotential propagieren, dessen Form durch die Potentialtiefe (Intensität des Lasers) und die Symmetrie der Einzeltöpfe charakterisiert ist. Dabei wird im Folgenden von einem symmetrischen Doppeltopf gesprochen, wenn die Minima des Doppeltopfes auf gleicher Höhe liegen und somit das Potential symmetrisch bezüglich der kleinen Barriere E_B ist (siehe Abbildung 5.3).

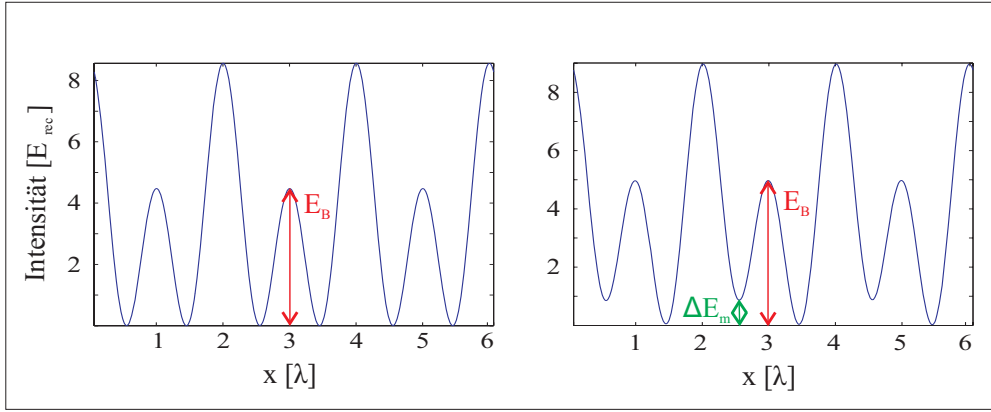


Abbildung 5.3: Symmetrisches Doppeltopfpotential (linkes Teilbild) und ein Beispiel für ein asymmetrisches Doppeltopfpotential (rechtes Teilbild). Die mittlere Barriere E_B zwischen den Einzeltöpfen dient als Symmetrieachse. In diesem Bild wurde die Asymmetrie durch einen falschen Einfallswinkel der Stehwelle $SW60$ von 0.6mrad erzeugt. Die Doppelstöpe sind gezeigt, wie sie sich in einem Abstand von $30\mu\text{m}$ vom Spiegel ergeben. Dies entspricht einer Abweichung von der idealen AOD Frequenz von $\Delta\omega_{AOD} = 3\text{MHz}$.

Abscannen der Stehwellen

Eine Möglichkeit Aussagen über die Form der Doppelstöpe zu machen, besteht darin, den gesamten Tisch, auf den der Goldspiegel montiert ist, mit dem Schrittmotor M1 zu verfahren (siehe Abschnitt 4.3.1). Dies bewirkt, dass der Abstand des Atomstrahls zum Spiegel variiert wird und die Atome jeweils einen Teil des Potentials durchlaufen, der immer weiter vom Spiegel entfernt ist. Man scannt damit sozusagen Doppelstöpe in verschiedenen Abständen vom Spiegel ab. Dies macht Phasendifferenzen zwischen den Stehwellen messbar, da diese Phasenverschiebung sich mit zunehmendem Abstand zum Spiegel ändert, womit sich die Symmetrie der Doppelstöpe und damit auch die Beugungsbilder ändern.

Die vom Abstand zum Spiegel abhängige Phasenverschiebung entsteht durch nicht ideale Winkeleinstellungen beim Justieren der Stehwelle $SW60$. Wenn die Stehwelle $SW60$ nicht genau unter 60° relativ zu der Stehwelle SW einfällt, ist die Wellenlänge λ_{sw60} nicht $\lambda_{sw60} = 2\lambda_{sw}$. Dies hat zur Folge, dass mit zunehmendem Abstand zum Spiegel die Knoten der Stehwellen auseinanderlaufen. Um den korrekten relativen Winkel zwischen SW und $SW60$ zu finden und damit das Doppeltopfpotential symmetrisch zu erzeugen kann dieser Phasenunterschied genutzt werden, wie es im folgenden Abschnitt erläutert wird.

Ausserdem existiert eine i.A. ebenfalls vom Spiegelabstand abhängige Phasendifferenz zwischen absorptiver Stehwelle und dem Doppeltopfpotential, die sich ebenfalls auf diese Weise untersuchen lässt und damit zur Bestimmung der idealen Position der absorptiven Stehwelle herangezogen werden kann (siehe Abschnitt 5.2.2).

5.2.1 Bestimmung der Schwebungsfrequenz

Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, erhalten wir die Form des Doppeltopfpotentials durch die Überlagerung einer stehenden Lichtwelle SW mit der Wellenlänge $\lambda_{sw} = \lambda$, die senkrecht auf den Spiegel einfällt, und einer zweiten Stehwelle $SW60$ mit $\lambda_{sw60} = \lambda / \cos(\alpha)$,

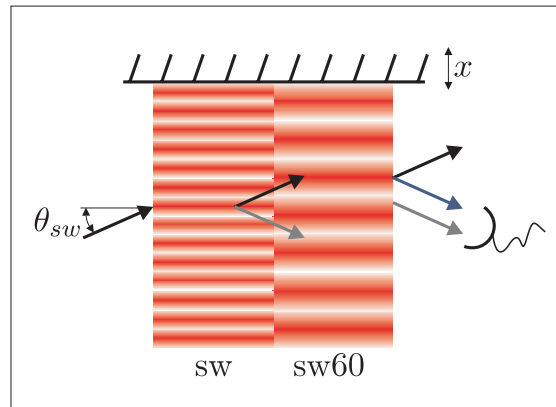


Abbildung 5.4: Durch Blocken jeweils eines Teils einer Stehwelle, erzeugt man die dargestellte Laserstrahlkonfiguration. Hierdurch erhält man ein Interferometer, mit dem sich die relative Phase zwischen den beiden Stehwellen ermitteln lässt. Abhängig vom Winkel, mit dem die Stehwelle *SW60* auf den Spiegel einfällt, ergibt sich eine effektive Periode, die nur für genau 60° der doppelten Wellenlänge $\lambda_{sw60} = 2\lambda_{sw}$ entspricht.

die unter dem Winkel α relativ zu der ersten Stehwelle einfällt. Da sich die Intensitäten der beiden Stehwellen in x -Richtung überlagern (siehe Abbildung 5.5) ist die effektive Wellenlänge der Stehwelle *SW60* abhängig vom Winkel auf den Spiegel in der Experimentierkammer. Die Form des Doppeltopfpotentials wiederum hängt kritisch von dieser Wellenlänge und damit vom Winkel der einfallenden Stehwelle *SW60* ab, wie man in Abbildung 5.3 sehen kann. Nur für $\alpha = 60^\circ$ entsteht ein völlig symmetrischer Doppeltopf, da dann die Wellenlänge der Stehwelle *SW60* gerade doppelt so groß ist wie die der anderen Stehwelle *SW* und sich die Knoten der Stehwellen immer an den gleichen Punkten befinden. Dabei wird vorausgesetzt, dass beide Stehwellen am Spiegel einen Knoten aufweisen. Um den Winkel α zu überprüfen kann man die Schwebungsperiode zwischen den beiden Stehwellen bestimmen, was im Folgenden beschrieben werden soll. Man fährt mit dem Motor M1 in geeigneten Schritten¹ die Goldspiegeleinheit in $-x$ -Richtung, also vom Atomstrahl weg. Pro Motorschritt wird ein Beugungsbild aufgenommen und an die bereits entstandenden Bilder angehängt. Das Potential ist dabei so präpariert, dass es wie ein Interferometer wirkt:

Es wird jeweils eine Stehwelle geblockt, so dass die Atome zunächst nur durch die Stehwelle *SW* und anschließend nur durch die Stehwelle *SW60* laufen (siehe Abbildung 5.4). Da der Braggwinkel der Stehwelle *SW* für den Fall des idealen Winkels gerade der doppelte Braggwinkel der Stehwelle *SW60* ist, entspricht die Braggbeugung erster Ordnung der Stehwelle *SW* gerade der zweiten Ordnung Braggbeugung der Stehwelle *SW60*. Der vorgestellte Aufbau wirkt wie ein Interferometer für den Atomstrahl. Das Atom kann an der ersten oder der zweiten stehenden Welle Bragg-gebeugt werden. Diese beiden Möglichkeiten können dann interferieren. Weicht der Winkel ein wenig von den 60° ab, ist die Wellenlänge der Stehwelle *SW60* nicht doppelt so groß wie die der Stehwelle *SW* und die relative Phase zwischen den Stehwellen verändert sich demnach mit zunehmendem Abstand vom Spiegel. Die Interferenz wiederum hängt von der relativen Phase ab, so dass eine andere Phase zwischen den stehenden Wellen zu unterschiedlichen

¹Die Schrittgröße richtet sich nach der zu messenden Periodenlänge. Erwartet man eine Periode von $300\mu\text{m}$, lässt man den Spiegel in $50\text{-}100\mu\text{m}$ Schritten vom Atomstrahl wegfahren.

Bragg-Signalen führt. Verändert sich die relative Phase, verändert sich daher das vom Detektor aufgenommene Beugungsbild. Werden alle Bilder hintereinandergelegt ergeben sich daher Oszillationen in den Beugungsordnungen. Mit einer bestimmten Periode, der Schwebungsperiode, treffen die Knoten der verschiedenen Stehwellen wieder aufeinander. Die Wellenlängen der Stehwellen unterscheiden sich genau um den Faktor $1/\cos(\alpha)$. Ist n die Anzahl der Nullstellen der $SW60$, dann sind die Stehwellen gerade wieder phasengleich wenn gilt:

$$n \cdot \frac{\lambda}{\cos \alpha} = (2n + 1)\lambda \quad (5.4)$$

wobei der Faktor 2 berücksichtigt, dass die $SW60$ grob die doppelte Wellenlänge der SW besitzt. Löst man diese Bedingung nach n auf ergibt sich:

$$n = \frac{\cos \alpha}{1 - 2 \cos \alpha}. \quad (5.5)$$

Der Abstand ergibt sich dann zu

$$P = \frac{1}{2}(2n + 1) \cdot \lambda \quad (5.6)$$

und damit die Schwebungsperiode zu

$$P = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{(1 - \cos \alpha)}. \quad (5.7)$$

Trägt man für verschiedene kleine Winkelabweichungen die Schwebungsperiode auf, ergibt sich eine Kurve wie sie in Abbildung 5.6 zu sehen ist. Wie man sieht, hängt die Periode sehr kritisch vom Winkel ab und ermöglicht so, durch Messen der Schwebungsperioden für verschiedene Frequenzen am AOD, den richtigen Winkel für einen symmetrischen Doppeltopf zu finden. Messpunkte zu Schwebungsperioden sind in der Abbildung 5.6 mit eingezeichnet.

Nachteile ergeben sich allerdings schon, wenn man mit dieser Methode Schwebungsperioden in der Größenordnung von $200 - 600\mu\text{m}$ messen möchte. Um diese zu messen müssen Entfernungen von $1 - 2\text{mm}$ mit dem Spiegel zurückgelegt werden, damit zumindest zwei Oszillationen der Beugungsordnung beobachtet werden können. Dadurch, dass die $SW60$ schief auf den Spiegel einfällt und damit auch schief reflektiert wird, ist der Überlapp der beiden Stehwellen nur nahe am Spiegel gewährleistet (siehe Abbildung 5.5).

Man beobachtet daher bei großen Schwebungsperioden und besonders bei nicht idealem Überlapp der beiden Stehwellen ein „Herauslaufen“ des Atomstrahls aus dem Überlappbereich bei großen Entfernungen vom Spiegel. Das heißt, der Atomstrahl sieht keinen Doppeltopf mehr sondern nur noch das Stehwellenpotential der Stehwelle SW alleine. Um den Überlappbereich zu berechnen, muss die Höhe der Strahlen bestimmt werden. Dies lässt sich erreichen, wenn man ein mit einer CCD-Kamera aufgenommenes Bild der Stehwellenstrahlen in der Höhe mit einem Gauss anfittet. Für die Aufnahme eines solchen Bildes lenkt man die Strahlen auf Millimeterpapier, von dem sie abfotografiert werden. Das Bild dazu ist in Abbildung 4.9 zu sehen. Es ergibt sich auf diese Weise für die Gesamthöhe ein Wert von ungefähr 0.54cm und damit geometrisch ein Überlappbereich von $\Delta x = 1560\mu\text{m}$. Für den Bereich um das Maximum der SW , also sozusagen in der Mitte der Stehwelle SW erhält man immerhin $2 \cdot \Delta x = 3464\mu\text{m}$ (siehe Abbildung

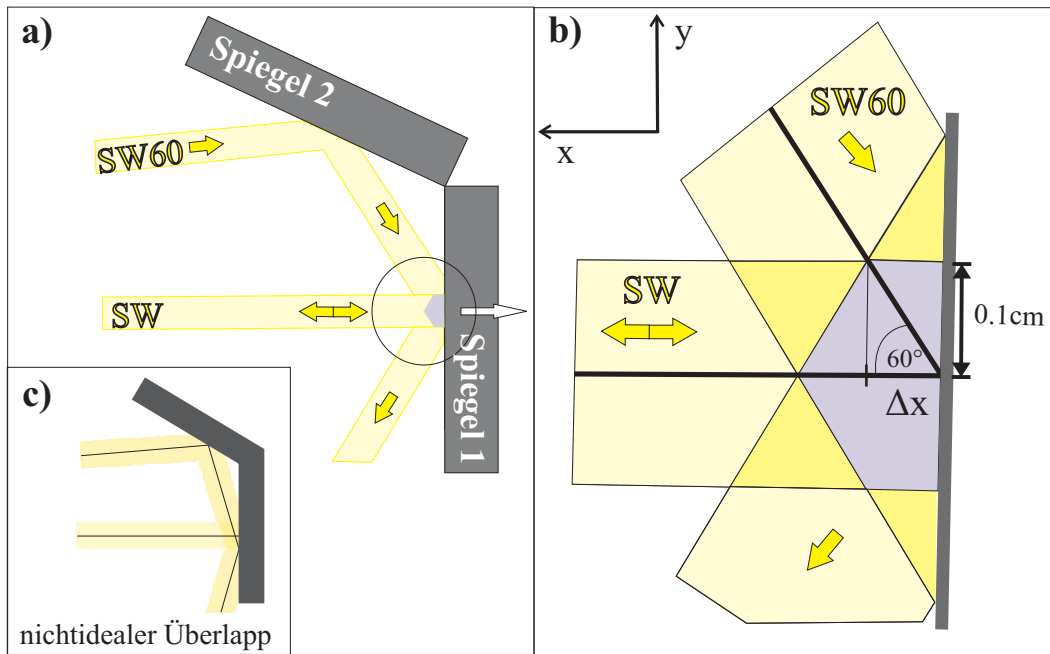


Abbildung 5.5: Stehwellenüberlagerung zur Erzeugung des Doppeltopfpotentials. Der Überlappbereich aller vier Strahlen ist in violett hervorgehoben und ist $\Delta x = 1560\mu\text{m}$ breit für die ganze Höhe des Atomstrahls bei einer halben Strahlteile der Laserstrahlen von 0.27cm. Aufgrund der Geometrie ist der Überlapp für den mittleren Bereich des Atomstrahls bis ungefähr $2 \cdot \Delta x$ gegeben. Der Spiegel wird für die Messung als Einheit in die $-x$ -Richtung verschoben. In Teilbild c) ist noch die Situation eines nichtidealen Überlapps dargestellt. Diese Situation tritt ein, wenn der Frequenzbereich am AOD, für den die Grundjustage erfolgt ist, verlassen wird.

5.5). Natürlich setzen diese Werte voraus, dass sich die Stehwellen ideal überlappen, also an derselben Stelle des Spiegels reflektiert werden (siehe Abbildung 5.5c). Dieser Fall tritt insbesondere ein, wenn die AOD Frequenz um mehr als 4MHz von dem Wert, für welchen die Grundjustage erfolgt ist, abweicht. Die Justage wurde für eine Einstellung von 41MHz vorgenommen, d.h. die Goldspiegeleinheit und die Entfernung der Stehwellenstrahlen vom AOD bis zu der Experimentierkammer sind bezüglich dieses Wertes abgeglichen.

Dadurch, dass für große Schwebungsperioden nur ein oder zwei Oszillationen der Beugungsordnungen aufgenommen werden können, ergibt sich leider ein größerer Spielraum in der Interpretation der Daten, was die relativ großen Fehlerbalken der Abbildung 5.6 erklärt.

5.2.2 Bestimmung der idealen Position der absorptiven Stehwelle durch Spiegelscans

Damit die Präparation der Atome in jeweils nur eine Potentialmulde jedes Doppeltopfes erfolgen kann, wird die absorptive Stehwelle benutzt. Dieser Laserstrahl von nur ungefähr $400\mu\text{m}$ Strahlteile wird an einer Position auf den Goldspiegel gelenkt, an der die beiden anderen Stehwellen SW und SW60 bereits ihr Intensitätsmaximum erreicht haben (siehe Abbildung 4.4). Die Atome sind dann bereits in die Grundzustände des Doppeltopfpotentials übergegangen.

Entscheidend ist nun, dass die Periode der absorptiven Stehwelle am Ort des Atomstrahls gerade so weit relativ zum Doppeltopfpotential verschoben ist, dass die Maxima der absorptiven Stehwelle gerade in jeweils der linken oder rechten Potentialmulde liegen. Dies ist, wie in Abschnitt 4.1.4 bereits beschrieben wurde, nur für spezielle Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle auf den Spiegel und nur jeweils für einen bestimmten Abstand vom Spiegel zu realisieren. Im Folgenden wird beschrieben, wie die richtige Entfernung vom Spiegel gefunden werden kann.

Lässt man die Atome durch ein symmetrisches Doppeltopfpotential propagieren und verändert den Abstand des Atomstrahls zum Spiegel, kann man verschiedene Positionen der Maxima der absorptiven Stehwelle relativ zum Doppeltopfpotential durch Veränderungen in der absoluten Transmission beobachten. Wegen der leicht unterschiedlichen Periode der absorptiven Stehwelle gegenüber der des Doppeltopfes liegen die Maxima der absorptiven Stehwelle mal an Maxima, Minima oder lokalen Maxima der Doppeltöpfe (siehe Abbildung 4.5). Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Atome ist jedoch bei den Minima der Doppeltöpfen am größten. Folglich lassen sich am meisten Atome absorbieren, wenn die Maxima der absorptiven Stehwelle gerade mit den Minima der Doppeltöpfe zusammenfallen. Um die unterschiedlichen Positionen der absorptiven Stehwelle im Doppeltopf zu finden, wird die Spiegelposition in sehr kleinen Schritten (üblicherweise $5\mu\text{m}$ pro Motorschritt) verändert und damit, da wir von einem symmetrischen Doppeltopf ausgehen, nur die absorptive Stehwelle langsam relativ zu den Doppeltöpfen verschoben. Dadurch nimmt während dieser Messung die Anzahl der Atome ab, wenn Potentialminima abgescannt werden. Die Atomzahl nimmt hingegen zu, wenn man die Barriere der Doppeltöpfe mit dem Maximum der absorptiven überstreicht und man erhält im Prinzip alle Atome, wenn die Intensitätsmaxima der absorptiven Stehwelle auf Potentialmaxima des Doppeltopfes fallen. Es ergibt sich also eine Gesamttransmission, welche die Geometrie des durchlaufenen Doppeltopfes widerspiegelt (siehe Abbildung 5.20). Die korrekte Position der absorptiven Stehwelle ergibt sich dann zu der Spiegelposition, bei der die Transmission das erste Maximum zeigt. Maximal sollte die Transmission an der gesuchten Position sein, da hier, wie oben beschrieben wurde, gerade die Präparation in einen Potentialtopf erfolgt. Das erste Maximum bietet sich an, da hier alle Näherungen, die für die Berechnungen gemacht wurden, aufgrund der Nähe zum Spiegel eingehalten werden können.

Theoretisch sollte sich mit diesen Spiegelscans ebenfalls die korrekte Winkeleinstellung für die Stehwelle $SW60$ finden lassen, da sich bei ausreichender Auflösung ein schiefer Doppeltopf direkt in der Anzahl der Atome in einem Potentialminimum widerspiegelt (siehe Abschnitt 5.3.3).

Bei dieser Art des Abscannens der Doppeltöpfe werden Bereiche von $200\mu\text{m}$ - $500\mu\text{m}$ mit dem Spiegel abgefahren. Dies ist natürlich gegenüber der Schwebungsperiodenmessung von Vorteil, da man näher am Spiegel verbleibt. Ein Nachteil ist jedoch, dass man die theoretischen Bilder von richtigen Doppeltöpfen nur sehen kann, wenn das Verhältnis zwischen den Intensitäten der SW und der $SW60$ im richtigen Bereich liegt. Simulationen zeigen, dass bei Stehwellen mit gleicher Intensität, sich nur einzelne Peaks ausbilden. In diesem Fall ist die Senkung, die die Barriere des Doppeltopfes widerspiegelt, zu klein um aufgelöst zu werden. Ein Beispiel für eine Messung mit stark unterschiedlichen Intensitäten ist in Abbildung 5.16 zu sehen.

Bei Messungen mit absoluten Atomzahlen ist es natürlich besonders wichtig, dass der Atomfluß konstant bleibt. Ideal wären daher Messungen, die gleichzeitig eine Referenz aufnehmen würden, also zum Beispiel in dem der untere Bereich des Stehwellenpotentials geblockt würde und man somit eindeutig die Atomzahl auf den Absorptionsvorgang zurückführen könnte.

5.2.3 Analyse von Einzelbildern

Es hat sich gezeigt, dass die bisherigen Herangehensweisen so noch nicht zum Ziel, also zu der Beobachtung des Tunnelns von Atomen geführt hat. Eine Konsequenz war daher, sich die Beugungsbilder im Detail zu untersuchen, ohne den Spiegel zu verfahren und damit den Bereich des Potentials auf die wenigen Doppeltöpfe einzuschränken, die man gleichzeitig mit dem Atomstrahl ausleuchtet.

Das Ziel dieser Methode soll sein, die Ergebnisse der gerade beschriebenen Techniken zu überprüfen, also zum Einen die Position der absorptiven Stehwelle, bei der die Präparation der Atome in nur eine Potentialmulde erfolgt, zu testen. Zum Anderen soll die Symmetrie der Doppeltöpfe und damit die Einstellung der Frequenz am AOD nachkontrolliert werden. Dies soll diesmal „lokal“ geschehen, in dem keine Scans durchgeführt werden, sondern einzelne Beugungsbilder mit bestimmten Einstellungen der Spiegelposition und AOD Frequenz analysiert werden.

Die Interpretation der Bilder geschieht dabei folgendermaßen. Betrachten wir zunächst den Fall einer korrekten Einstellung von Spiegelposition und AOD Frequenz. Lässt man dann die absorptive Stehwelle Atome aus einer Potentialmulde absorbieren, erhält man als Ergebnis ein unsymmetrisches Beugungsbild. Geht man nun um die halbe Schwingungsperiode der absorptiven Stehwelle zur *SW60* mit dem Spiegel weiter vom Atomstrahl weg, muss sich die entgegengesetzte Situation finden lassen, also es muss die -1 . Beugungsordnung zu sehen sein, da hier gerade die andere Potentialmulde des Doppeltopfes von der absorptiven Stehwelle ausgeleuchtet wird und die Atome darin folglich wegabsorbiert werden. Dazwischen muss es auch den symmetrischen Fall geben: Beide Potentialmulden sind besetzt, da die Maxima der absorptiven Stehwelle sich gerade an den Positionen der Maxima des Doppeltopfpotentials befinden, wodurch die Atome folglich in beiden Beugungsordnungen auftreten.

Lässt sich eine solche Serie von Einzelbildern nicht beobachten, muss ein unsymmetrischer Doppeltopf vorliegen. Nur dann ist nämlich die Ausgangssituation und damit die Besetzung der einzelnen Potentialmulden von vornherein ungleich. Schließlich kann nur Transmission von Atomen aus einer Potentialmulde beobachtet werden, wenn der Zustand dieser Potentialmulde von Atomen besetzt ist.

Der entscheidende Vorteil dieser Methode ist die Reduzierung auf wenige Doppeltöpfe, die gleichzeitig untersucht werden. Hier kann nicht durch eine Mittelung über viele Doppeltöpfe ein herausmitteln der Schiefheit des Potentials erreicht und damit der Eindruck erweckt werden, das System sei symmetrisch, nur weil die Gegebenheiten zufällig gerade so sind, dass im Mittel alles symmetrisch erscheint. Man kann ausserdem auch ganz konkret die Situation an der gewünschten bzw. berechneten Spiegelposition betrachten. Schließlich ist für spätere Messungen auch nur dasjenige Potential entscheidend, das in dem Abstand vom Spiegel vorliegt, in dem die Atome durch das Doppeltopfpotential

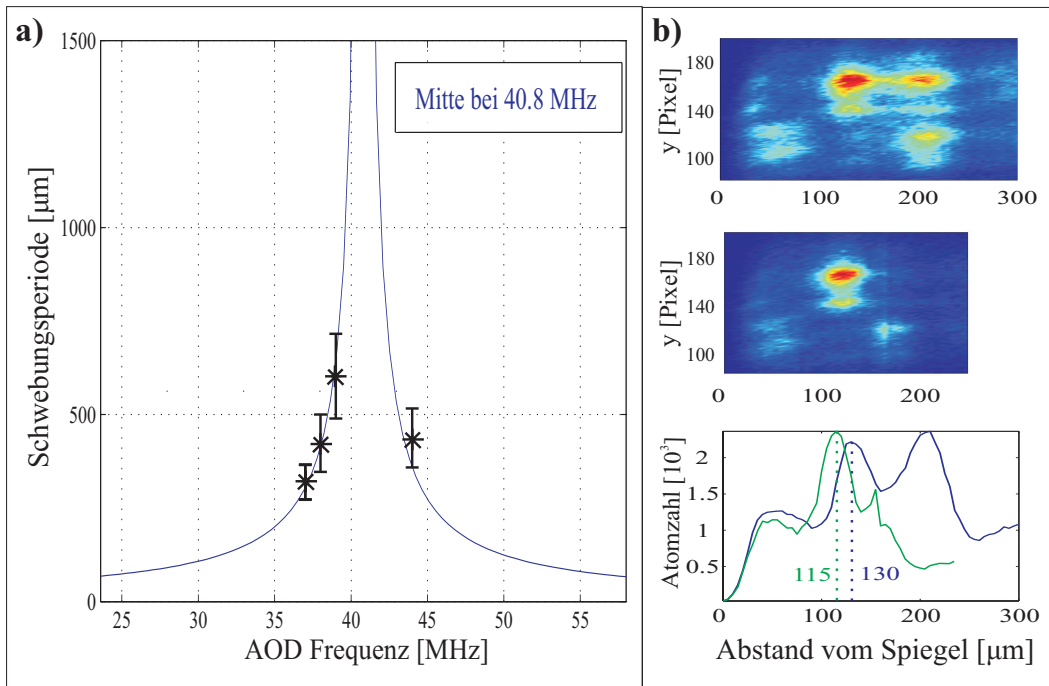


Abbildung 5.6: a) Bestimmung der Frequenz am AOD über Schwebungsperioden. Die durchgezogene Linie ist die Theoriekurve, die für die Messdaten (*) eine Frequenz von 40.8 MHz ergibt. b) Messdaten der Spiegelscan-Methode. Das untere Bild ist die absolute Transmission der Atome, d.h. die Anzahl der Atome, die am Detektor zu der entsprechenden Spiegelposition gezählt wurde unabhängig von der Position auf der MCP. Die oberen Bilder zeigen die Verteilung der Atome in den Beugungsordnungen (BO). Die nullte BO ist dabei an einer Position von ungefähr 140 Pixeln auf der MCP zu finden. Das obere Bild suggeriert symmetrische Doppeltöpfe, die allerdings durch Veränderung des Einfallswinkels der absorptiven Stehwelle verloren gehen (mittleres Bild). Durch die Veränderung des Einfallswinkels dürfte dies nicht passieren. Die Daten dieser Messung stimulierten die genauere Überprüfung der Reflexion am Spiegel.

propagieren.

5.2.4 Experimentelle Ergebnisse

Die Messung von Schwebungsperioden zwischen den Stehwellen SW und $SW60$ für mehrere Winkeleinstellungen, also für verschiedene Frequenzen am AOD, und anschließendem Vergleich mit der Theoriekurve ist in Abbildung 5.6 a) zu sehen. Durch diese Messung lässt sich die richtige AOD-Frequenz zu den gewünschten 60° finden.

Dafür wird die Theoriekurve so angefitet, dass sie mit den gemessenen Schwebungsperioden übereinstimmt und damit die Frequenzen bestimmten Winkeln zuordnet. Das Ergebnis dieser Messreihe war eine AOD Frequenz von $40.8 \pm 0.1 \text{ MHz}$.

Die ersten Ergebnisse der Spiegelscans sind in der Abbildung 5.6 b) zu sehen. Diese beiden Messungen wurden direkt hintereinander durchgeführt und zeigen die gleiche Situation für unterschiedliche Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle. Im oberen Teilbild zeigt die Messung eine Doppeltopfstruktur, die uns die für diese Einstellung korrekte Position der absorptiven Stehwelle angibt. Da jedoch die Position des ersten Maximums der Transmission hier erst bei einer Entfernung von $140 \mu\text{m}$ auftaucht und dieser Abstand

für die in den Rechnungen gemachten Näherungen² zu weit ist, wurde der Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle verändert, um die Periode zwischen dem Doppelpotential und der absorptiven Stehwelle zu verringern. Die Messung mit dem geänderten Einfallswinkel ist in dem mittleren Teilbild dargestellt. Das überraschende Ergebnis ist, dass die Doppelpotentialstruktur, die im ersten Teilbild zu sehen ist, hier verschwindet. Dies dürfte nach den bisher gemachten Schlussfolgerungen nicht geschehen.

Die Untersuchung mit Einzelbildern ergab außerdem das überraschende Ergebnis, dass erst bei einer ganz anderen Frequenz am AOD von 37.5 MHz sich überhaupt symmetrische Beugungsbilder erzeugen ließen. Es schien daher naheliegend, dass die Methoden grundsätzlich einen systematischen Fehler beinhalten könnten und die Ergebnisse mit den bisher gemachten Annahmen nicht erklärt werden können.

Daher kam es im Rahmen dieser Diplomarbeit zu einer genaueren Betrachtung der theoretischen Grundlagen unseres Problems und damit zu einer ausführlichen Betrachtung der Vorgänge direkt am Goldspiegel der Experimentierkammer. Die Berücksichtigung der Polarisation der Stehwellen führte dabei zum vollständigen Verständnis der erhaltenen experimentellen Ergebnisse und soll daher in den folgenden Abschnitten behandelt werden.

5.3 Berücksichtigung der Polarisation

In diesem Abschnitt sollen die Grundlagen der Reflektion an einem Spiegel genauer untersucht werden und auf unser System übertragen werden.

Zur Erzeugung unseres Doppelpotentials lenken wir zwei Laserstrahlen mit gleicher Frequenz auf einen Spiegel, der mit einer $1.3\mu\text{m}$ dicken Schicht aus Gold und einer $1.0\mu\text{m}$ dicken Schutzschicht aus Siliziumoxid (SiO) bedampft ist. Fällt der eine Laserstrahl genau unter 60° auf den Spiegel ein, überlagern sich im Endeffekt zwei Stehwellen mit λ und 2λ zu einem symmetrischen Doppelpotential. Die Grundannahme dieses Prinzips ist, dass beide einfallenden Wellen einen Phasensprung von π an der Oberfläche des Goldspiegels erfahren. Der Phasensprung von genau π ergibt sich, wenn die Oberfläche, an der die Reflektion beobachtet wird, ein idealer Leiter ist. Die tatsächliche Phasendifferenz zur einfallenden und die Amplitude der reflektierten Welle lassen sich für beliebige Oberflächen mit Hilfe der Fresnel-Formeln berechnen.

5.3.1 Fresnel Formeln - Theoretische Beschreibung der Reflektion

Die Beschreibung des folgenden Abschnitts orientiert sich an den Lehrbüchern von Saleh und Teich [40] sowie Demtröder [35].

Man betrachtet eine einfallende elektromagnetische Welle, die unter einem Winkel α auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien mit Brechungsindex n_1 und n_2 einfällt (siehe Abbildung 5.7). Bezeichnet β den Winkel der gebrochenen Welle im Medium 2, so ergeben sich für den reflektierten Anteil der Welle, also für den Reflektionskoeffizienten \mathfrak{R}

²Wir gehen u.a von ebenen Wellen aus, die sich zum Potential überlagern (geradlinige Doppelpotentialrohre), außerdem machen sich kleine Imperfektionen in Phasendifferenzen zwischen den einzelnen Stehwellen mit wachsendem Abstand zum Spiegel immer stärker bemerkbar.

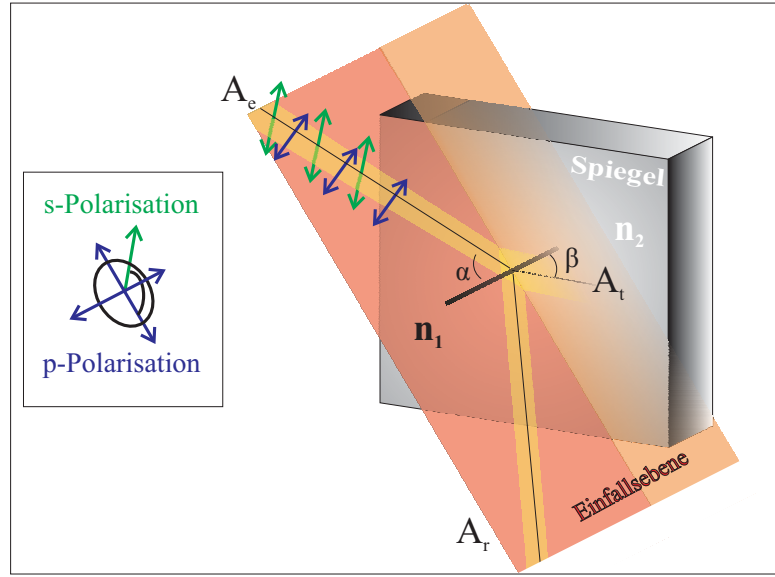


Abbildung 5.7: Schaubild zur Definition der Polarisation eines Strahls. Die Bezeichnung s-Polarisation wird verwendet, wenn der Strahl relativ zur Einfallsebene senkrecht polarisiert ist, p-Polarisation bedeutet parallel zur Einfallsebene polarisiert. Außerdem sind die Definitionen der Winkel α und β , ein einfallender, ein reflektierter sowie ein gebrochener Strahl eingezeichnet.

im Falle der senkrechten Polarisation gegenüber der Einfallsebene:

$$\mathfrak{R}_s = \frac{A_{rs}}{A_{es}} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (5.8)$$

sowie für parallele Polarisation der einfallenden Welle

$$\mathfrak{R}_p = \frac{A_{rp}}{A_{ep}} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} = -\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (5.9)$$

β ergibt sich aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (5.10)$$

mit $n_1 = 1$ (Vakuum) und $n_2 = n$ zu $\beta = \arcsin(\frac{\sin \alpha}{n})$. A_r und A_e sind die Amplituden der reflektierten bzw. einfallenden Wellen. Da wir die Reflexion an einem Goldspiegel betrachten, und es somit mit einer metallischen Grenzfläche zu tun haben, wird der Brechungsindex n komplex. Bei leitenden Medien, wie für Gold, muss in den Maxwellgleichungen ein zusätzlicher Term für die Stromdichte \mathbf{j} berücksichtigt werden, der dem Dämpfungsterm in der Bewegungsgleichung des harmonischen Oszillators entspricht. Dieser führt in den Lösungen zu einem Dämpfungsfaktor, also Absorption, und im Brechungsindex zu einem imaginären Anteil.

Das Reflektionsvermögen einer Grenzfläche, also das Verhältnis zwischen einfallender und reflektierter Intensität der Welle, berechnet sich zu

$$R_{s,p} = |\mathfrak{R}_{s,p}|^2. \quad (5.11)$$

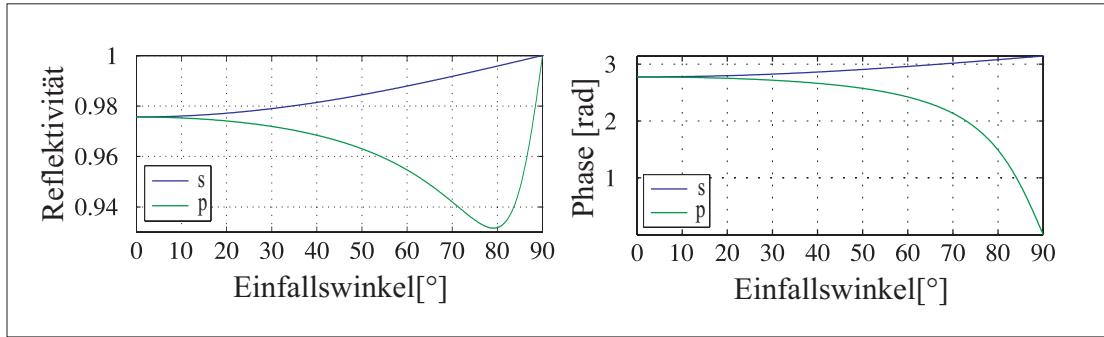


Abbildung 5.8: Reflektivität und Phasendifferenz zwischen einfallender und reflektierter Welle für verschiedene Winkel und Polarisationen am Goldspiegel für eine Wellenlänge von 811nm.

Nimmt man einen komplexen Brechungsindex, wie für Gold, an, ergibt sich, wie man in Gleichung 5.8 und 5.9 erkennt, daraus ebenfalls ein komplexer Reflektionskoeffizient für beide Polarisationsrichtungen. Das ergibt einen Phasensprung an der Grenzfläche, den man über

$$\Delta\varphi = \arctan\left(-\frac{\operatorname{Im}(\mathfrak{R})}{\operatorname{Re}(\mathfrak{R})}\right). \quad (5.12)$$

berechnen kann. Dieser Phasensprung kann Werte zwischen 0 und π annehmen und ist im Allgemeinen für senkrecht polarisiertes bzw. parallel polarisiertes Licht unterschiedlich groß (siehe Abbildung 5.8).

Selbst für den senkrechten Einfall der Stehwelle SW ergibt sich damit nicht unbedingt eine hundertprozentige Reflektivität. Aus 5.8 bzw. 5.9 ergibt sich für $\alpha = 0$:

$$R_{s,p}(\alpha = 0) = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \quad (5.13)$$

und damit für beide Polarisationsrichtungen das gleiche Reflektionsvermögen, wie aus Symmetriegründen auch zu erwarten ist.

Betrachten wir nun unseren konkreten Fall. Für unseren Goldspiegel ergibt sich der Brechungsindex n :

$$n = \sqrt{\varepsilon_1 + i\varepsilon_2} = \sqrt{\varepsilon} \quad (5.14)$$

mit der dielektrischen Funktionen $\varepsilon = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$ mit $\varepsilon_1 = -24.97$ und $\varepsilon_2 = 1.57$ bei 811.757nm [41] zu

$$n = \tilde{n} - i\kappa \quad \text{mit} \quad \tilde{n} = 0.188 \quad \text{und} \quad \kappa = 5.38. \quad (5.15)$$

Berechnet man aus diesen Werten das Reflektionsvermögen und die Phasendifferenz für die verschiedenen Polarisationen erhält man Tabelle 5.1.

Wie man an den Werten sieht, ergibt sich sowohl für die $SW60$ als auch für die SW ein Phasensprung an der Spiegeloberfläche, der ungleich π ist. Hierbei äußert sich die Tatsache, dass Gold kein perfekter Leiter ist. Auch das Reflexionsvermögen R ist für verschiedene Polarisationen unterschiedlich hoch und ebenfalls abhängig vom Winkel. Für unser Experiment ergibt sich daraus eine ganz andere Ausgangssituation als wir bisher angenommen hatten, da man nicht uneingeschränkt von einem Knoten am Spiegel

	0° s-, p-Polarisation	60°s-Polarisation	60°p-Polarisation
\Re	$-0.9121 - 0.3797i$	$-0.9750 - 0.1938i$	$-0.7015 - 0.6811i$
R	0.9762	0.9882	0.9560
φ [rad]	2.7744	2.9588	2.4222
$\Delta\varphi$ rel. zu 0° [rad]	0	0.1844	-0.3762

Tabelle 5.1: Tabelle der Werte für verschiedene Polarisationen des Reflektionskoeffizienten \Re , des Reflexionsvermögens R , der Phasenverschiebung φ und der relativen Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zur Stehwelle SW .

ausgehen kann. Was die Werte für unser Experiment tatsächlich bedeuten, lässt sich mit Hilfe von Simulationen herausfinden. Im folgenden Abschnitt soll zunächst auf die Konsequenz für das Doppeltopfpotential eingegangen und daraufhin die Simulationen dazu vorgestellt werden.

5.3.2 Polarisationsabhängiges Doppeltopfpotential

Betrachtet man den Doppeltopf unter Berücksichtigung der Polarisation, also mit Amplituden und Phasendifferenzen aus den Fresnel-Formeln, so ergibt sich ein Potential, das sich von dem zuvor angenommenen Potential aus Gleichung 4.5 unterscheidet. Man berechnet diesmal die Überlagerung aus einfallender und reflektierter Welle (die ersten zwei Terme) und einfallender und reflektierter Welle unter 60° (dritter und vierter Term) folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
 E(x, t) = & E_1 \sin(k_1 x - \omega_1 t) + R \cdot E_1 \sin(-k_1 x - \omega_1 t + \varphi) + \dots \\
 & E_2 \sin(k_2 x - \omega_2 t) + \hat{R} \cdot E_2 \sin(-k_2 x - \omega_2 t + \hat{\varphi})
 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Dabei unterscheidet sich diese Gleichung von der Berechnung aus Abschnitt 4.1.1 durch die zusätzlichen Amplitudenfaktoren R und \hat{R} , die sich durch das reduzierte Reflexionsvermögen ergeben und jeweils für den entsprechenden Einfallswinkel und die entsprechende Polarisation bestimmt werden. Außerdem sind mit φ und $\hat{\varphi}$ die Phasenverschiebungen ebenfalls entsprechend der Polarisation und des Einfallswinkels berücksichtigt. E_1 und E_2 sind erneut die Feldstärken der beiden einfallenden Laserstrahlen. Die Rechnung ergibt sich für beide Polarisationen völlig analog, so dass die folgende Rechnung ohne Index für die Polarisation durchgeführt wird. Je nach gewünschter Polarisation müssen anschließend die entsprechenden Werte eingesetzt werden.

Für die Berechnung des Potentials muss analog zu Abschnitt 4.1.1 die Gleichung 5.16 quadriert werden. Diese Rechnung ist aufgrund der unterschiedlichen Terme extrem unübersichtlich, lässt sich aber analog zu Abschnitt 4.1.1 vereinfachen. Demnach können aufgrund der typischen Zeitskala im Experiment die Mischterme aus ω_1 und ω_2 vernachlässigt werden. Dies berechtigt uns, die folgende Rechnung auf die Quadratur der einzelnen Stehwellen zu beschränken und anschließend die einzelnen Quadrate im Potential zu addieren. Betrachten wir also zunächst nur die SW :

$$E_{sw}(x, t) = E_1 \sin(k_1 x - \omega_1 t) + R \cdot E_1 \sin(-k_1 x - \omega_1 t + \varphi) \quad (5.17)$$

und berechnen die Intensität dieser Stehwelle:

$$I(x, t) = c\varepsilon_0 E_{sw}(x, t)^2 \quad (5.18)$$

dann ergibt sich im zeitlichen Mittel:

$$\langle I(x) \rangle_t = c\varepsilon_0 \frac{1}{T} \int_0^T E_{sw}(x, t)^2 dt \quad (5.19)$$

$$= c\varepsilon_0 E_1^2 \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \sin(k_1 x - \omega_1 t) + R \sin(-k_1 x - \omega_1 t + \varphi) \right\}^2 dt \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{I_0}{2} \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(k_1 x - \omega_1 t) + 2R \sin(k_1 x - \omega_1 t) \sin(-k_1 x - \omega_1 t + \varphi) + \dots \\ &\quad R^2 \sin^2(-k_1 x - \omega_1 t + \varphi) dt \\ &= \frac{I_0}{2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{R^2}{2} + \frac{2R}{T} \int_0^T \sin(k_1 x - \omega_1 t) \sin(-k_1 x - \omega_1 t + \varphi) dt \right\} \end{aligned} \quad (5.21)$$

An dieser Stelle lässt sich die Identität $\sin x \cdot \sin y = 1/2(\cos(x-y) - \cos(x+y))$ verwenden:

$$\begin{aligned} \langle I(x) \rangle_t &= \frac{I_0}{2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{R^2}{2} + \frac{R}{T} \int_0^T \left(\cos(2k_1 x - \varphi) - \cos(-2\omega_1 t + \varphi) \right) dt \right\} \\ &= \frac{I_0}{2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{R^2}{2} + R \cos(2k_1 x - \varphi) - \int_0^T \cos(-2\omega_1 t + \varphi) dt \right\} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Da das nunmehr verbleibende Integral Null ist, folgt:

$$\begin{aligned} \langle I(x) \rangle_t &= \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{R^2}{2} + R \cos(2k_1 x - \varphi) \right) \\ &= \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{R^2}{2} + 2R \cos^2(k_1 x - \frac{\varphi}{2}) - R \right) \\ &= I_0 \left(\frac{R^2}{4} - \frac{R}{2} + \frac{1}{4} + R \cos^2(k_1 x - \frac{\varphi}{2}) \right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Dabei wurde die Identität $\cos^2(x) = 1/2(1 + \cos(2x))$ angewandt.

Das Gesamtpotential ergibt sich damit also zu:

$$\begin{aligned} V(x) &= V_{sw} \left(\frac{R^2}{4} - \frac{R}{2} + \frac{1}{4} + R \cos^2(k_1 x - \frac{\varphi}{2}) \right) + \dots \\ &\quad V_{sw60} \left(\frac{\hat{R}^2}{4} - \frac{\hat{R}}{2} + \frac{1}{4} + \hat{R} \cos^2(k_2 x - \frac{\hat{\varphi}}{2}) \right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Das Ergebnis ist folglich keine reine Addition aus quadratischen Sinusfunktionen mit Wellenzahlen k und $k \cdot \cos \alpha$ mehr. Dennoch ergibt sich daraus aufgrund der zwei \cos^2 -Terme ein Doppelpotential, das stark von den Parametern abhängt und damit vor

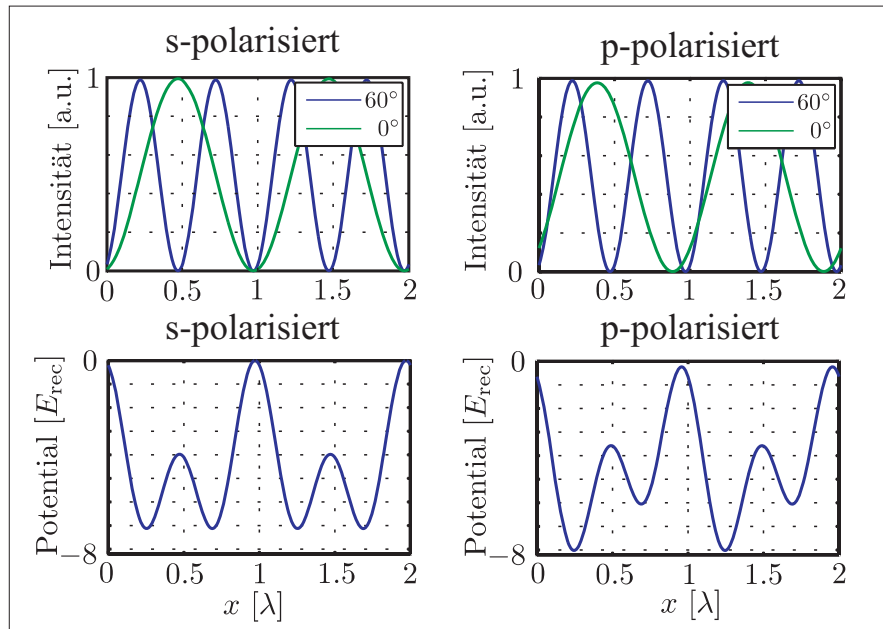


Abbildung 5.9: Simulationen zur Überlagerung stehender Wellen unter Berücksichtigung der polarisationsbedingten Phasendifferenz und Reflektivität. Die p-Polarisation ist dabei wesentlich kritischer als die s-Polarisation und verursacht auch für einen idealen 60° Winkel einen extrem asymmetrischen Doppeltopf.

allem nicht zwingend symmetrisch ist.

Setzt man unsere Werte aus Tabelle 5.1 ein, zeigt sich dennoch ein unproblematisches Verhalten, wenn der Doppeltopf aus s-polarisierten Wellen gebildet wird. Werden die Stehwellen dagegen p-polarisiert erzeugt, erhalten wir einen stark unsymmetrischen Doppeltopf. In Abbildung 5.9 ist das Potential jeweils für p- und s-Polarisation unter einem Einfallswinkel der Stehwelle *SW60* von 60° dargestellt. Man sieht, dass sich für s-Polarisation weder die Phase noch die veränderte Amplitude der rücklaufenden Wellen signifikant negativ auf die Symmetrie des Potentials auswirkt.

Der Einfluss der Polarisation auf die Symmetrie ist für die p-polarisierten Wellen dagegen erheblich.

Diese Tatsache erklärt sofort, dass unsere Doppeltopfe nicht symmetrisch, also die Potentialmulden gleich tief, sein können, solange das Potential mit der falschen Polarisation erzeugt wird, wie es bei den Ergebnissen der Messungen in Abbildung 5.6 b) der Fall war. Unsere uneinheitlichen Ergebnisse lassen sich damit intuitiv nachvollziehen:

Mit der falschen Polarisation wurde ein einheitlich unsymmetrisches Potential erzeugt. Die Asymmetrie ist dabei unabhängig von der Entfernung vom Spiegel, da die zusätzliche Phasenverschiebung konstant ist. Man muss nun also zwei Ursachen und damit aber auch zwei Arten von Asymmetrie des Doppeltopfpotentials unterscheiden.

Zum Einen lässt sich eine Asymmetrie durch eine falsche Frequenz am AOD hervorrufen, was zu einem falschen Winkel der *SW60* auf den Goldspiegel führt. Zum Anderen kann die von der Polarisation abhängige, nicht ideale Reflektion am Goldspiegel die Symmetrie des Potentials zerstören.

Der Unterschied der beiden kritischen Komponenten *Winkel* und *Polarisation* liegt also

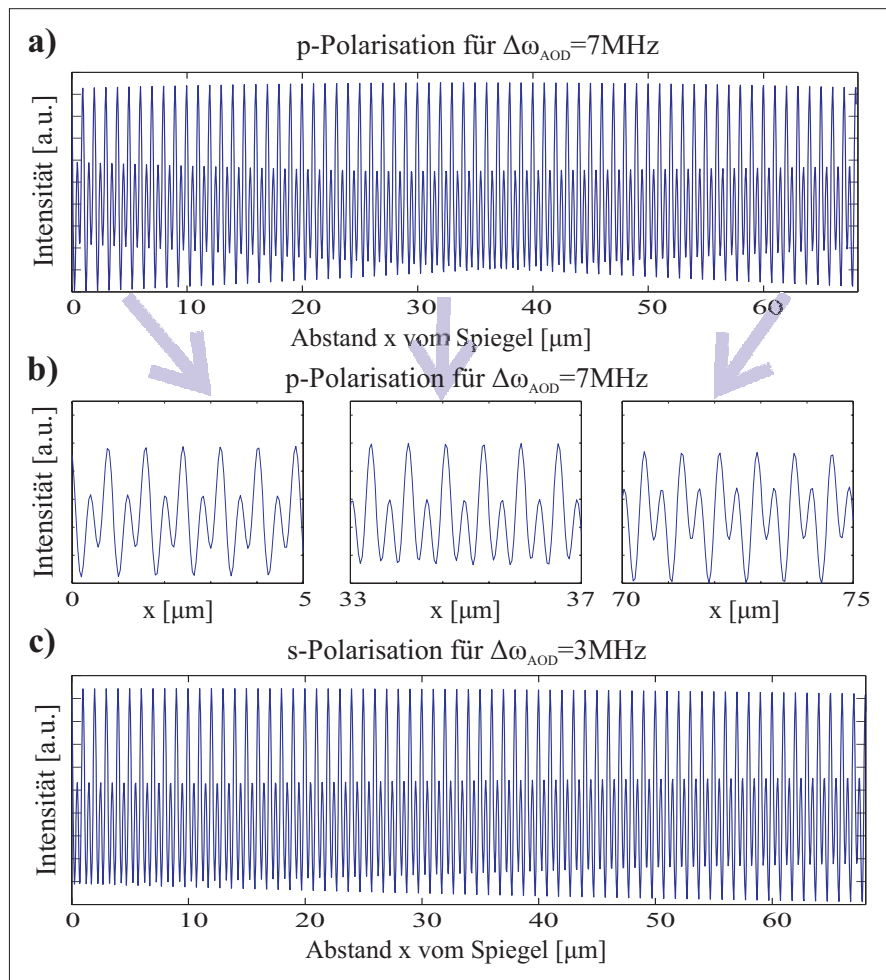


Abbildung 5.10: Asymmetrische Doppeltöpfe in Abhängigkeit vom Abstand zum Spiegel. Das obere Bild zeigt das Doppeltoppotential aus p-polarisierten Stehwellen bei einer AOD Frequenz, die um $\Delta\omega_{AOD} = 7\text{MHz}$ relativ zu der Einstellung für einen perfekten 60° Winkel abweicht. Für einen Abstand von $38\mu\text{m}$ hebt sich die Asymmetrie lokal auf. Die Entfernung, bei der dieser Effekt auftritt nimmt mit abnehmender AOD-Frequenzdifferenz zu. In den mittleren Teilbildern ist das Potential für drei verschiedene Abstände vom Spiegel vergrößert dargestellt. Im unteren Teilbild ist der Einfluss einer falschen AOD Frequenz von $\Delta\omega_{AOD} = 3\text{MHz}$ auf die mit der s-Polarisation gebildeten Doppeltöpfe zu sehen. Hier sind die lokal symmetrischen Doppeltöpfe direkt am Spiegel, da sich die leicht abweichende Wellenlänge von der $SW60$ erst mit zunehmendem Abstand bemerkbar macht. Die Knoten der Stehwellen, liegen direkt am Spiegel noch übereinander.

in der globalen Wirkung. Ist der Winkel nicht richtig eingestellt, lässt sich eine Position im Potential finden, an der die Asymmetrie gerade aufgehoben ist, da die Phasendifferenz von der Position, also dem Abstand vom Spiegel abhängt.

Die Asymmetrie, die durch die falsche Polarisation entsteht, ist dagegen konstant und ergibt somit unabhängig vom Abstand zum Spiegel einen schiefen Doppeltopf.

Man kann sich daher überlegen, dass in einem bestimmten Abstand vom Spiegel die Grundasymmetrie infolge der falschen Polarisation durch die zusätzliche Schiefheit des Winkels ausgeglichen werden kann. Diese Situation ist für die p-Polarisation in Abbil-

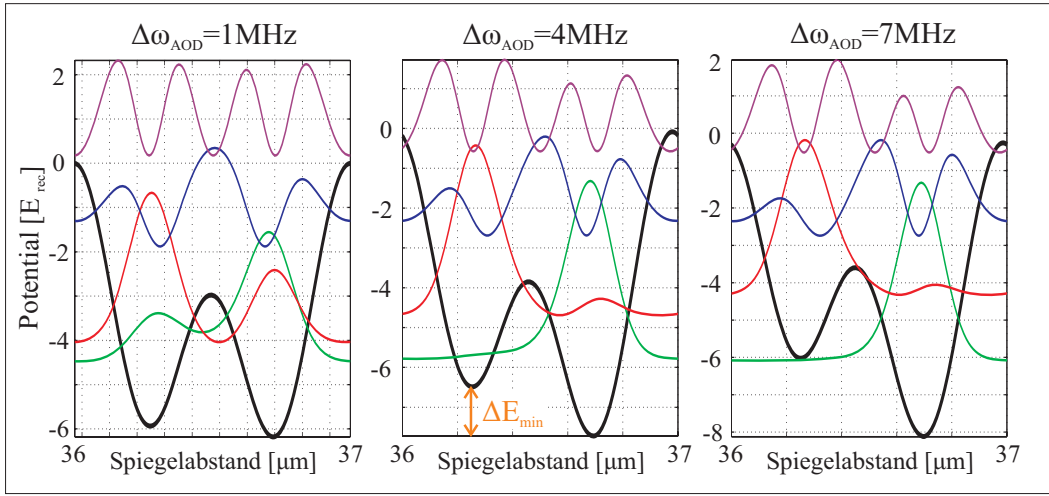


Abbildung 5.11: Abbildung mit drei verschiedenen schiefen Doppeltopfpotentialen aus s-polarisierten Stehwellen und den entsprechenden Eigenfunktionen darin. Die ersten beiden Eigenfunktionen (grün und rot) sind am stärksten von der Asymmetrie betroffen und zeigen bereits bei einer um $\Delta\omega_{AOD} = 1\text{MHz}$ falsch eingestellten AOD Frequenz eine Lokalisierung zu 70% in jeweils ein Potentialminimum.

Abbildung 5.10 für eine Frequenzabweichung am AOD von insgesamt $\Delta\omega_{AOD} = 7\text{MHz}$ dargestellt. Es lässt sich lokal in einem Abstand von $38\mu\text{m}$ die Asymmetrie ausgleichen. Die Entfernung vom Spiegel, in der lokal symmetrische Doppeltöpfe vorliegen, ist um so geringer je schief der Winkel durch den AOD eingestellt ist. Für die s-polarisierten Doppeltöpfe ergibt sich der umgekehrte Fall. Hier nimmt die Schiefeit durch eine falsche AOD Frequenz erst mit dem Abstand zum Spiegel zu, da ohne falschen Einfallswinkel eine symmetrische Situation vorliegt.

5.3.3 Eigenfunktionen und Eigenenergien im schiefen Doppeltopf

Um die Dynamik der Atome in asymmetrischen Potentialen zu verstehen, ist es sinnvoll sich die Eigenfunktionen im schiefen Doppeltopfpotential anzuschauen, da diese die Ausgangssituation definieren. Berücksichtigt man die Polarisation auf die Art und Weise, wie es im vorangegangenen Abschnitt beschrieben wurde, erhält man die in Abbildung 5.11 gezeigten Eigenfunktionen.

Hier sind für die s-polarisierten Stehwellen für verschieden falsche Frequenzeinstellungen am AOD die Absolutquadrate der Eigenfunktionen in das Doppeltopfpotential, das sich in einem Abstand von $36\mu\text{m}$ ergibt, eingezeichnet. Wie man sieht, erfolgt bereits bei einer Abweichung von $\Delta\omega_{AOD} = 1\text{MHz}$ eine bevorzugte Lokalisierung in jeweils einem Doppeltopf. Berechnet man die Anteile der Atome, die sich in der linken bzw. rechten Potentialmulde aufhalten, ergibt sich die folgende Tabelle:

In Tabelle 5.2 sind für die erste und zweite Eigenfunktion im Doppeltopf jeweils der prozentuale Anteil der Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Atome in der linken bzw. rechten Potentialmulde für zunehmende Energiedifferenzen der Potentialminima angegeben. Ist die Energiedifferenz ca. $1E_{rec}$ ist bereits ein Anteil von rund 90% in einer Potentialmulde lokalisiert. Dieser Fall trifft bei einer falschen AOD Frequenz von $\Delta\omega_{AOD} = 4\text{MHz}$ ein.

$\Delta\omega_{AOD}$ [MHz]	ΔE_{min} [E_{rec}]	Anteil links		Anteil rechts	
		1	2	1	2
0	0	0.5	0.5	0.5	0.5
0.3	0.073	0.437	0.563	0.564	0.436
0.5	0.121	0.396	0.603	0.605	0.396
0.8	0.191	0.339	0.658	0.661	0.341
1.0	0.238	0.305	0.692	0.695	0.307
3.0	0.706	0.113	0.876	0.887	0.124
4.0	0.934	0.076	0.908	0.924	0.092
7.0	1.689	0.033	0.940	0.967	0.060

Tabelle 5.2: Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Atome in den linken bzw. rechten Potentialmulden eines schiefen Doppeltopfes bei verschieden stark abweichenden AOD-Frequenzen in einem Abstand von $36\mu\text{m}$. Die Werte für die AOD Frequenz sind relativ zur symmetrischen Einstellung zu verstehen. Die Tabelle enthält die ersten beiden Eigenfunktionen des Doppeltopfpotentials. Der Eintrag *Anteil links 1* gibt den prozentualen Anteil der ersten Eigenfunktion im Doppeltopfpotential in der linken Potentialmulde an. Die Einträge zu ΔE_{min} geben die Energiedifferenz zwischen den Minima des Doppeltopfpotentials wieder. Wird diese Differenz größer bewirkt dies eine Zunahme der Lokalisierung der Eigenfunktionen in je eine Potentialmulde.

Die Anteile der nächsten beiden Eigenfunktionen (siehe Abbildung 5.11) werden von den asymmetrischen Bedingungen kaum beeinflusst und erfahren in den betrachteten Frequenzverschiebungen daher keine entscheidenden Veränderungen. Für zum Beispiel $\Delta\omega_{AOD} = 4\text{MHz}$ erfährt die dritte Eigenfunktion nur eine Änderung der Lokalisierung um ca. 7% relativ zu einem symmetrischen Doppeltopfpotential.

5.4 Simulationen und Interpretation der experimentellen Daten

5.4.1 Interpretation der Schwebungsperiodenmessung

Es scheint im ersten Moment verwunderlich, dass wir trotz der durch die p-Polarisation bedingten Asymmetrie der Doppeltöpfe Messergebnisse zu den Schwebungsperioden erlangten, aus denen herauszulesen war, dass ein symmetrisches Potential vorliegt. Qualitativ lässt sich diese Tatsache folgendermaßen verstehen (siehe dazu auch Abbildung 5.12):

Bei der Messung der Schwebungsperioden wird die relative Phasenverschiebung zwischen den beiden Stehwellen SW und $SW60$ gemessen. Ist diese Phasenverschiebung konstant, d.h im Idealfall von einem Einfall der Stehwelle $SW60$ von genau 60° , identisch Null, ergibt sich eine unendliche Schwebungsperiode und damit der Pol in der Theoriekurve in Abbildung 5.6. Die Ursache dafür ist, dass der Phasenunterschied nur konstant bleibt, wenn die Wellenlängen sich gerade um den Faktor zwei unterscheiden. Die Schlussfolgerung, dass symmetrische Doppeltöpfe vorliegen, wenn der Winkel durch den AOD korrekt eingestellt ist, ist für die p-Polarisation allerdings nicht richtig. Diese Folgerung

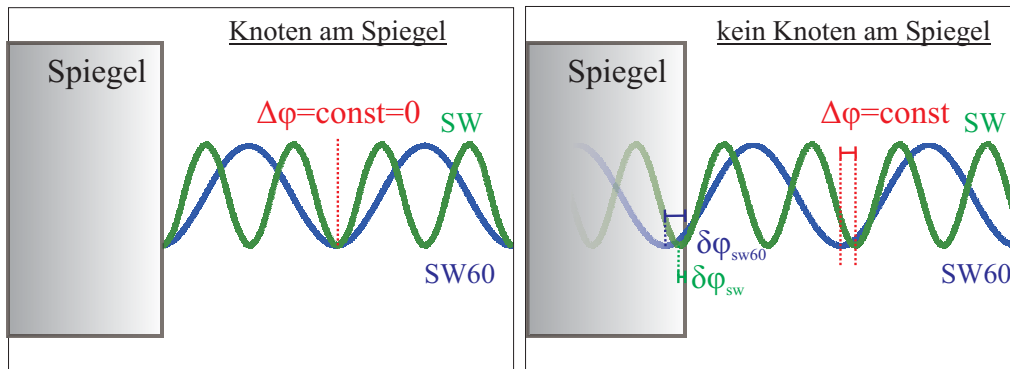


Abbildung 5.12: Veranschaulichung des Prinzips der Messung von Schwebungsperioden. Auch wenn die Polarisation eine relative Phase zwischen den Stehwellen hervorruft, kann die Einstellung der AOD Frequenz eindeutig gefunden werden, da durch die Methode lediglich eine Veränderung dieser relativen Phase $\Delta\varphi$ angezeigt wird. Ob $\Delta\varphi = 0$ oder $\Delta\varphi = \text{const} \neq 0$ ist, ist für das Ergebnis dieser Messung nicht entscheidend.

setzt nämlich voraus, dass ein Knoten beider Stehwellen am Spiegel vorliegt, so dass die Addition der Intensitäten der Stehwellen gerade den symmetrischen Doppeltopf ergeben kann. Wie sich bei der Analyse der Reflektion am Goldspiegel allerdings zeigt, erhält man eine Phasenverschiebung, die von π abweicht und es existiert folglich gerade kein Knoten der Stehwellen an der Oberfläche des Spiegels. Das Ergebnis der Messungen zu den Schwebungsperioden ergab daher zwar den richtigen Frequenzwert am AOD für den richtigen Einfallswinkel der *SW60*, es ergaben sich dennoch keine symmetrischen Doppeltopfe, da zwar eine konstante, aber von Null verschiedene Phasenverschiebung zwischen *SW* und *SW60* vorlag.

Darauf folgende Experimente mit anderen Methoden, wie die der Messung zur idealen Position der absorptiven Stehwelle, konnten damit keine Ergebnisse von symmetrischen Doppeltopfen liefern.

Um die Messergebnisse mit diesem Hintergrund auch quantitativ zu verstehen, wurden Simulationen durchgeführt, die unsere Messmethoden nachstellen. Im folgenden Abschnitt sollen zunächst die Grundlagen dieser neuen Situation analysiert und anschließend die Ergebnisse der Rechnungen und Simulationen beschrieben werden.

5.4.2 Simulationen und Interpretationen der Spiegelscans

Es ist gelungen, die Technik und die Ergebnisse der Spiegelscans vollständig zu verstehen. Ein Einblick in die Interpretation der theoretischen Ergebnisse dieser Messmethode soll in diesem Abschnitt vermittelt werden.

Die Simulationsprogramme basieren auf den in Abschnitt 2.3 vorgestellten Prinzipien, wurden allerdings dahingehend verändert, dass sie die sich aus den Fresnel Formeln ergebenden Phasen- und Amplitudenveränderungen in Abhängigkeit vom Winkel und der Polarisation für jede Stehwelle separat berücksichtigen. Dabei erzeugen die Programme jeweils genau die Form der Datensätze, wie sie im Experiment erhalten werden, wodurch sie sowohl qualitativ als auch quantitativ mit den experimentellen Daten verglichen werden können.

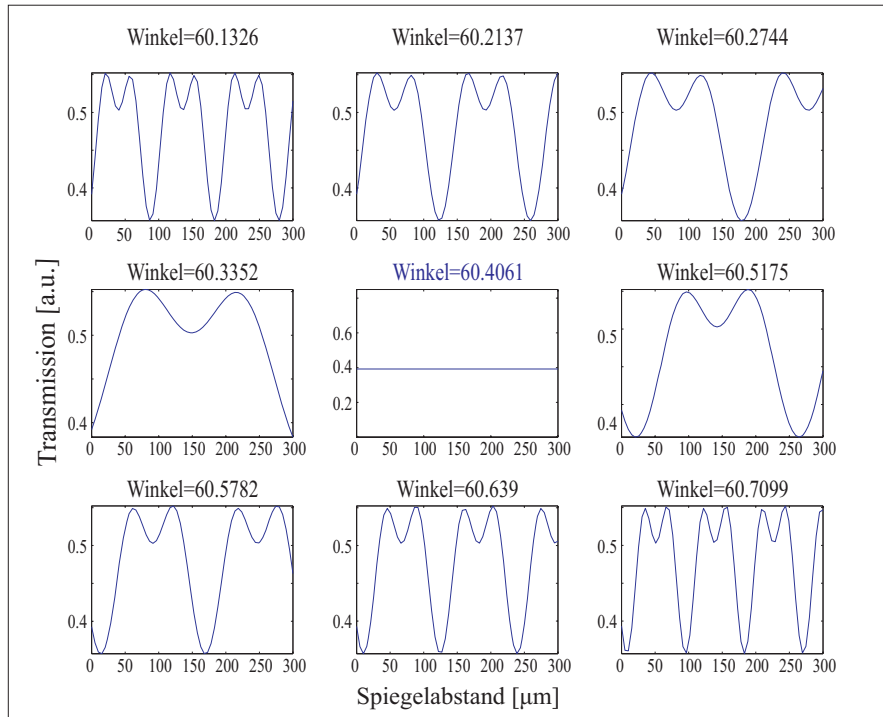


Abbildung 5.13: Simulationsergebnisse von Spiegelscans an s-polarisierten Doppeltopfpotentialen für verschiedene Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle bei $\Delta\omega_{AOD} = 0$ MHz. Die Transmissionsmaxima wandern mit zunehmender Abweichung vom kritischen Winkel bei 60.401° zum Spiegel hin und die Schwebungsperiode der absorptiven Stehwelle mit dem Doppeltopf nimmt ab. Für den Winkel 60.401° entspricht die Periode der absorptiven Stehwelle gerade der des Doppeltopfpotentials, wodurch sich die Position der Absorptionsmaxima in den Doppeltöpfen während der Messung nicht ändert. Dadurch ergibt sich die in dem mittleren Bild dargestellte konstante Transmission.

Einfluss des Einfallswinkels der absorptiven Stehwelle

Eine systematische Analyse der Spiegelscans mit den Simulationen zeigte eine empfindliche Abhängigkeit der Messergebnisse vom Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle. In Abschnitt 4.1.4 wurde die Notwendigkeit der korrekten Position der Maxima der absorptiven Stehwelle im Doppeltopfpotential gezeigt, in Abschnitt 5.2.2 wurde die experimentelle Methode zur Bestimmung des dafür notwendigen Einfallswinkels dieser Stehwelle erläutert. Je nach Einfallswinkel kann der Abstand vom Spiegel, an dem die Absorptionsmaxima in einer Potentialmulde liegen, variieren. Die Simulationen³ der Spiegelscans zeigen dieses Verhalten, indem das erste Absorptionsmaximum immer näher zum Spiegel rückt, wenn der Winkel vom Wert 60.401° abweicht, wie in Abbildung 5.13 für einige Winkel dargestellt. Dieser Einfallswinkel von 60.401° ist derjenige, unter dem die Periode der absorptiven Stehwelle gerade der des Doppeltopfes entspricht (siehe Abschnitt 4.1.4). Bei dieser Winkeleinstellung liegen die Maxima der Absorption gerade in der mittleren Barriere der Doppeltöpfe und man erhält somit keine Präparation der Atome in nur eine

³In den Simulationen wurde dieses imaginäre Potential als p-polarisierte Lichtwelle berücksichtigt, da die Experimente mit dieser Polarisation der absorptiven Stehwelle stattfanden. Als Brechungsindex wurde derselbe wie für die anderen Stehwellen angenommen.

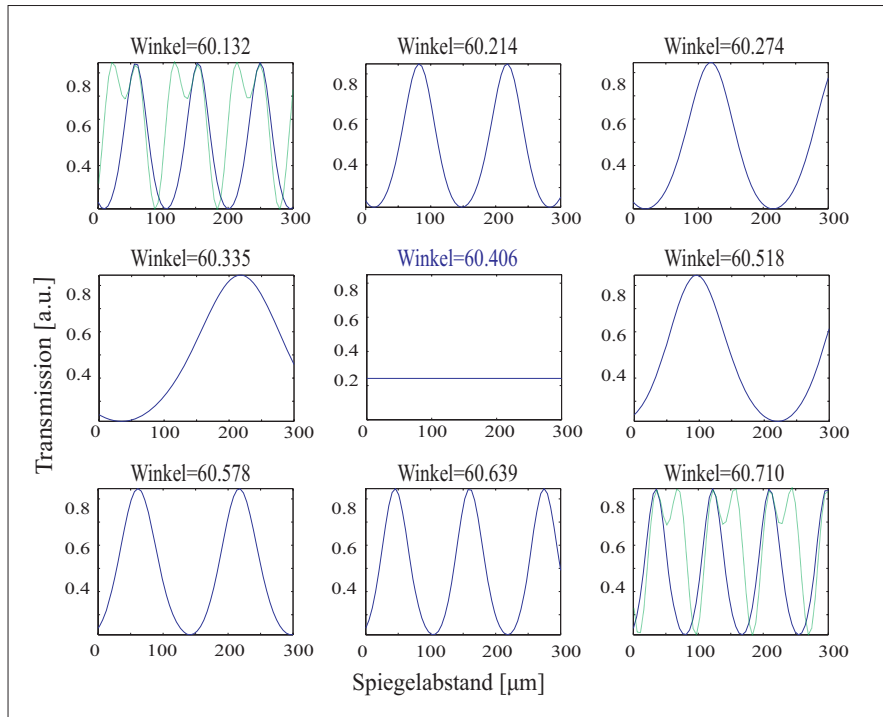


Abbildung 5.14: Simulationsergebnisse von Spiegelscans an p-polarisierten Doppeltopfpotentialen für verschiedene Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle bei $\Delta\omega_{AOD} = 0\text{MHz}$. Im Gegensatz zu den Ergebnissen bei s-Polarisation ergeben sich hier nur einzelne Transmissionspeaks, da die Atome infolge der konstanten Asymmetrie der Doppeltöpfe von vornherein jeweils nur in der linken Potentialmulde lokalisiert sind. Da die absorptive Stehwelle für kleinere Winkel die Doppeltöpfe nach links abscannt und für größere Winkel in die andere Richtung relativ zum Potential läuft, ist die Position der Transmissionsmaxima relativ zum kritischen Winkel nicht symmetrisch. Die Maxima der Einzelpeaks stimmen nämlich für kleinere Winkel mit dem rechten Maximum der Doppeltöpfe der s-Polarisationsscans und für größere Winkel mit den linken Teilmaxima überein.

Potentialmulde. Bei den Spiegelscans führt dies im Grenzfall zu konstanter Transmission, da sich die relative Phase zwischen absorptiver Stehwelle und Doppeltopfpotential nicht mehr ändert.

Betrachtet man Einfallswinkel, die kleiner oder größer sind als 60.401° , nimmt die Anzahl der aufgelösten Doppeltöpfe mit zunehmender Abweichung von diesem Einfallswinkel zu. Die effektive Wellenlänge der absorptiven Stehwelle wird dabei mit abnehmendem Winkel kleiner, mit zunehmendem Einfallswinkel größer. Da diese Längenänderung nur sehr gering ist relativ zur Gesamtwellenlänge⁴, verändert sich durch Zu- oder Abnahme des Winkels relativ zum kritischen Winkel nur die Richtung, in die sich die Maxima der absorptiven Stehwelle relativ zum Doppeltopfpotential verschieben. Dies macht im Falle symmetrischer Doppeltöpfe natürlich keinen Unterschied, ist aber zum Beispiel im Falle p-polarisierter Potentiale zu erkennen.

Abbildung 5.14 zeigt das Ergebnis der Simulationen mit p-polarisierten Stehwellen und damit für konstant unsymmetrische Doppeltöpfe. Man sieht anstelle aufgelöster Doppeltöpfe einzelne schmale Peaks - für jeden vollständig abgescannten Doppeltopf einen.

⁴eine Änderung des Winkels um 0.1° bewirkt eine Wellenlängenänderung von weniger als 0.5%

Die Maxima liegen daher auch an den jeweiligen Positionen der rechten Transmissionsmaxima der s-polarisierten Simulationsergebnisse für Winkel, die kleiner sind als 60.401° . Winkel, die größer sind, führen zu einem Richtungswechsel der absorptiven Stehwelle und damit zur Verschiebung der Transmissionsmaxima in den Scans. Der Grund dafür ist, dass die entsprechenden zum Spiegel hin gerichteten (im Bild links, siehe auch Abbildung 5.9) Potentialmulden bei den durch p-polarisierte Stehwellen erzeugten Doppeltöpfen energetisch tiefer liegen als die anderen (rechten) Potentialmulden und damit die Atome sich bevorzugt hier lokalisieren. Folglich können auch nur aus diesen Potentialmulden Atome den Detektor erreichen, wenn die Maxima der Absorption gerade in den anderen (rechten) Doppeltopfminima liegen.

Einfluss der AOD-Frequenz

Desweiteren wurde der Einfluss der AOD Frequenz auf die Ergebnisse der Spiegelscans in Simulationen untersucht. Dabei konnte die Sensibilität des Systems auf die AOD-Frequenz quantitativ erfasst werden und ist in Abbildung 5.15 veranschaulicht. Da die Simulationsergebnisse bereits bei einer Abweichung von $\Delta\omega_{AOD} = 0.3\text{MHz}$ keine Doppeltöpfe mehr auflösen, darf dieser Parameter nicht um mehr als jeweils $\Delta\omega_{AOD} = 0.1\text{MHz}$ verändert werden. Dieses Ergebnis überrascht insofern, als dass bei dieser Einstellung die Doppeltopfsymmetrie auf den ersten Blick kaum beeinträchtigt wird. Die Eigenfunktionen allerdings reagieren hierauf bereits mit einer Differenz der Anteile zwischen den beiden Potentialmulden von 7% (siehe Tabelle 5.2). Bei bisherigen Messungen wurde die AOD-Frequenz meist um größere Schritte als 0.1MHz verändert, so dass das Finden der symmetrischen Einstellung eher unwahrscheinlich war.

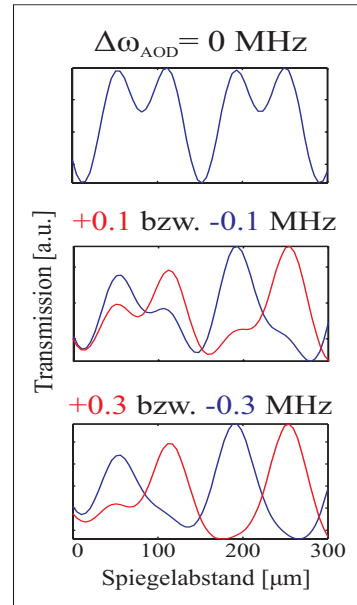


Abbildung 5.15: AOD-Frequenzabhängigkeit der Spiegelscansmessungen bei s-Polarisation.

Interpretation der Spiegelscans bei s-Polarisation

Mit der Kenntnis dieser Ergebnisse können die gemachten Messungen wie zum Beispiel aus Abbildung 5.16 verstanden werden. Die Spiegelscans mit s-polarisierten Stehwellen waren oftmals nicht nah genug an der richtigen AOD-Frequenz, so dass die meisten Abbildungen der Spiegelscans reine Einzelpeaks enthielten. Sind die Messungen hingegen unter symmetrischen Bedingungen durchgeführt worden, ließ sich bei entsprechendem Stehwellenverhältniss (mehr Intensität in die Stehwelle *SW*) die Doppeltopfstruktur auflösen.

Interpretation der Spiegelscans bei p-Polarisation

Schwieriger zu verstehen sind die Messungen mit den p-polarisierten Stehwellen. Hier trat, wie in Abbildung 5.6 zu sehen war, das Phänomen auf, dass obwohl die Polarisation dies nicht zulassen dürfte, eine Doppeltopfstruktur zu erkennen war.

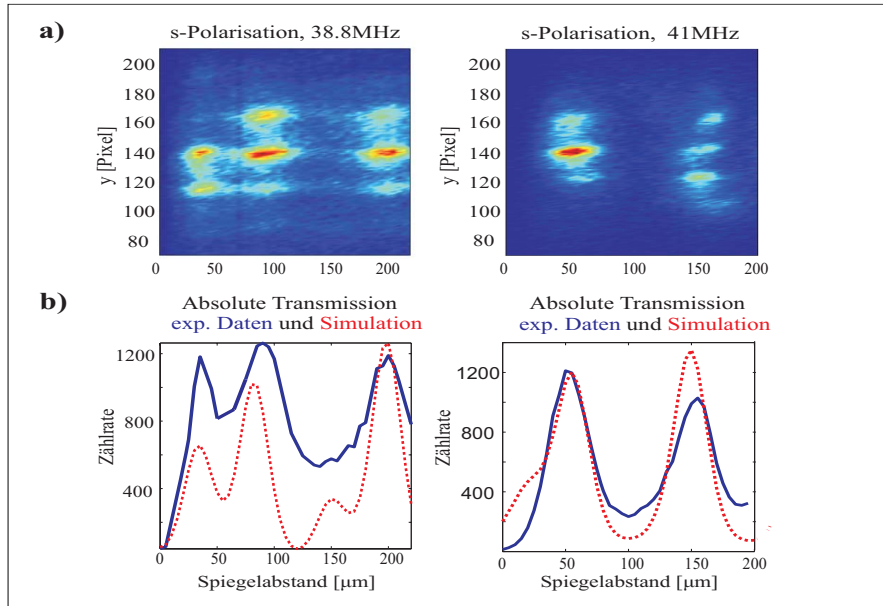


Abbildung 5.16: Daten von Spiegelscans bei s-polarisierten Stehwellenpotentialen. Die linken Teilbilder zeigen Messung und Simulationen für fast symmetrische Doppeltöpfe ($\Delta\omega_{AOD} = 0.15\text{MHz}$). Man erkennt sehr deutlich die Doppeltopfstruktur, sieht aber auch, dass aufgrund der wachsenden Asymmetrie mit zunehmendem Abstand vom Spiegel diese Struktur verloren geht. Die rechten Teilbilder sind Messergebnisse vom 06.10.05 und zeigen bereits bei $\Delta\omega_{AOD} = -0.3\text{MHz}$ keine Doppeltopfstruktur mehr. Die Ergebnisse der Simulationen sind in rot eingezeichnet.

Dieser Effekt lässt sich erklären, wenn man die AOD-Frequenz um einen Wert $\Delta\omega_{AOD}$ verschiebt. Wie bereits in Abschnitt 5.3.2 erläutert und in Abbildung 5.10 zu sehen ist, kann man durch die Kombination aus beiden Ursachen für Asymmetrie des Doppeltopf-potentials lokale Symmetrie herstellen. Findet dies im richtigen Abstand vom Spiegel statt, wie zum Beispiel bei einem $\Delta\omega_{AOD} = 1.6\text{MHz}$ im Abstand von $127\mu\text{m}$ vom Spiegel, kann mit den Spiegelscans eine Doppeltopfstruktur erhalten werden. Dies ist genau dann möglich, wenn der Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle größer ist als der kritische Wert von 60.401° . Denn dann liegen die Absorptionsmaxima für kleinere Abstände zum Spiegel zuerst im rechten Potentialminimum, dann in der mittleren Barriere (bei $127\mu\text{m}$) und anschließend in der linken Potentialmulde. (Läuft die absorptive Stehwelle in die andere Richtung, also ist der Einfallswinkel kleiner als 60.401° , kehrt sich diese Reihenfolge gerade um.) Im Falle p-polarisierter Stehwellen ist nun die jeweils linke Potentialmulde energetisch tiefer als die rechte und folglich ist der Anteil der Atome hier auch wesentlich größer als in der anderen Potentialmulde. Diese Tatsache kehrt sich an dem Punkt um, an dem die Asymmetrie ausgeglichen ist. Dann sind die rechten Potentialmulden energetisch tiefer und damit die meisten Atome in diesen Potentialminima zu finden.

Werden nun, wie oben beschrieben, zuerst diejenigen Atome absorbiert, die sich in der rechten Mulde befinden, und danach die aus der linken, kann sich die Doppeltopfstruktur ausbilden, da jeweils in den anderen Potentialminima Atome präsent sind, die transmittieren können.

Für den Fall eines kleineren Einfallswinkels der absorptiven Stehwelle als 60.401° können

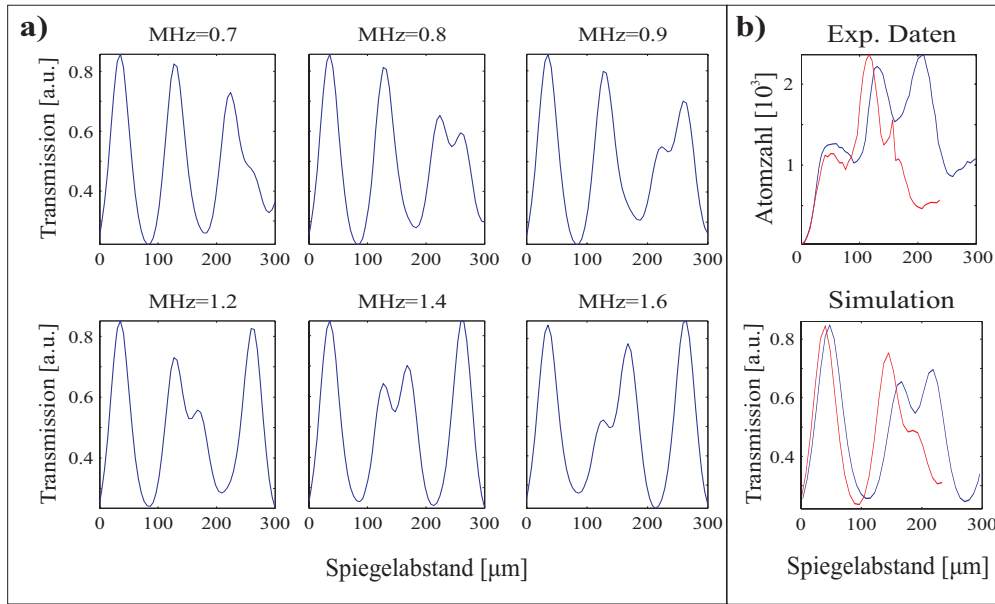


Abbildung 5.17: a) Simulationen von Spiegelscans mit p-Polarisation für verschiedene $\Delta\omega_{AOD}$ bei einem Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle von 60.691° . Mit zunehmender Abweichung $\Delta\omega_{AOD}$ rückt der Effekt, dass sich die Asymmetrie der Doppeltöpfe ausgleicht, näher zum Spiegel. b) In der Messung vom 04.10.05 kam es genau zu dieser Erscheinung, wie im Vergleich der gemessenen Daten mit denen einer Simulation dargestellt ist. Das untere Teilbild enthält genau wie das obere Daten für zwei verschiedene Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle. Das qualitative Verhalten durch die Winkeländerung stimmt sehr gut mit den experimentellen Daten überein.

keine Atome in der Umgebung des symmetrischen Potentials transmittieren, da sich die Atome jeweils in gerade denjenigen Potentialmulden aufhalten, die mit den Maxima der Absorption zusammenfallen.

Der Spiegelabstand, an dem dieser Effekt auftritt, hängt vom Wert $\Delta\omega_{AOD}$ ab. In Abbildung 5.17 ist der Effekt für verschiedene $\Delta\omega_{AOD}$ -Werte dargestellt. Um so weiter die AOD-Frequenz von der Einstellung für 60° abweicht, desto näher am Spiegel tritt der Effekt der lokalen Symmetrie auf. Genau diese Situation, die in Abbildung 5.17 bei $\Delta\omega_{AOD} = 1.4\text{MHz}$ für einen Einfallswinkel von 60.691° gegeben ist, trat am 04.10.05 ein. Die Tatsache, dass die darauf folgende Messung bei einem anderen Einfallswinkel keine Doppeltopfstruktur mehr enthielt, erklärt sich damit sofort. Wie bereits oben beschrieben hängt der Effekt sehr kritisch vom richtigen Zusammenspiel der Parameter Einfallswinkel und AOD-Frequenzabweichung ab. Wird der Einfallswinkel um 0.06° verstellt, lässt sich das Maximum um $40\mu\text{m}$ verschieben, es bewirkt aber auch, dass die Bedingung für die Aufhebung der Asymmetrie genau in dieser Kombination von Winkel und AOD-Frequenzabweichung, die für die Ausbildung der Doppeltopfstruktur nötig wäre, nicht mehr gegeben ist. Die p-Polarisation der Stehwellen erklärt damit vollständig die Messergebnisse der Spiegelscans.

Vorbereitung der Tunneldynamik

Es ist somit möglich mit der s-Polarisation symmetrische Bedingungen herzustellen. Der Spiegelscan mit s-Polarisation, der am 06.10.05 aufgenommen wurde, sowie ein Spie-

gelscan, der für ein symmetrisches Potential aufgenommen wurde, sind inklusive Simulationen in Abbildung 5.16 dargestellt. Der Spiegelscan in den linken Teilbildern kann mit den Simulationen bei einer AOD-Frequenzverschiebung von $\Delta\omega_{AOD} = -0.15\text{MHz}$ mit guter Übereinstimmung angefügt werden, der aus den rechten Teilbildern zeigt in den Simulationen das gleiche Verhalten bei $\Delta\omega_{AOD} = 0.3\text{MHz}$. Die Abweichung der AOD-Frequenz von der symmetrischen Einstellung der Doppeltöpfe stimmt exakt mit der im Experiment ermittelten überein. Die Messung wurde bei einer AOD-Frequenz von 41MHz aufgenommen, in der Vormessung wurde anhand der Schwebungsfrequenzen eine symmetrische Einstellung für $40.8 \pm 0.1\text{MHz}$ erhalten.

Die beiden Scans zeigen noch einmal wie kritisch die AOD-Frequenz für das Auflösen der Doppeltopfstruktur ist. Im ersten Scan, obwohl nur um $\Delta\omega_{AOD} = 0.15\text{MHz}$ falsch, zeigt sich die zunehmende Schiefheit der Doppeltöpfe durch den falschen Einfallswinkel der Stehwelle $SW60$ durch die Tatsache, dass in der Messung nur die ersten Maxima einen Doppeltopf bilden. Bereits im Abstand von $150\mu\text{m}$ ist die Asymmetrie so groß, dass in der Messung die erste Potentialmulde der zweiten Periode nicht mehr aufgelöst werden kann. Der zweite Scan zeigt bereits überhaupt keine Doppeltopfstruktur mehr. Die Scans wurden an verschiedenen Tagen (links: 09.11.05, rechts: 06.10.05) aufgenommen und, wie man an der Position der ersten Maxima sieht, für verschiedene Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle. Außerdem lagen bei diesen beiden Messungen unterschiedliche Winkeleinstellungen für die Stehwellen $SW60$ und SW vor, was zu unterschiedlichen AOD Frequenzen für die ideale 60° Einstellung sorgte. Das linke Teilbild sollte bei $\omega_{AOD} = 39 \pm 0.1\text{MHz}$, das rechte Teilbild dagegen bei $\omega_{AOD} = 40.8 \pm 0.1\text{MHz}$, wie durch die Simulationen bestätigt, symmetrisch sein. Die Messung aus den rechten Teilbildern wurde am selben Tag wie die im folgenden Abschnitt vorgestellte Tunneldynamikmessung durchgeführt. Die Spiegelposition, bei der eine ideale Präparation der Atome in eine Potentialmulde erfolgt, konnte dafür zu $45\mu\text{m}$ bestimmt werden.

Leider konnte die Kenntnis der hier vorgestellten Simulationsergebnisse noch nicht im Experiment angewandt werden, da die theoretische Analyse der Messmethoden erst in den letzten Wochen dieser Diplomarbeit abgeschlossen werden konnte. Daher war während der Messungen die Einstellung der kritischen Parameter noch erschwert, wodurch bislang noch keine systematischen Messungen durchgeführt werden konnten. Im folgenden Abschnitt werden die ersten Ergebnisse zu den Tunnelexperimenten vorgestellt.

5.5 Tunneln im Doppeltoppotential

Durch die Berücksichtigung der Polarisierung konnte erstmals Tunneln von Atomen im Doppeltoppotential beobachtet werden. Die entsprechende Messung mit den dazu durchgeführten Simulationen ist in Abbildung 5.18 dargestellt. Nach einer Wechselwirkungstrecke von 1.7cm ist das Potential auf seinen Maximalwert angestiegen und die absorptive Stehwelle wird dazugeschaltet. Man sieht sehr deutlich die darauf folgende Präparation der Atome in jeweils eine Potentialmulde. Ungefähr 2mm später sind die Atome in die andere Potentialmulde getunnelt und setzen diese Tunneldynamik im weiteren Verlauf fort. Die Periode, mit der die Tunneldynamik stattfindet, ergibt sich zu 1.5ms . Im unteren Teilbild von a) sind die normierten Daten jeweils einer Beugungsordnung

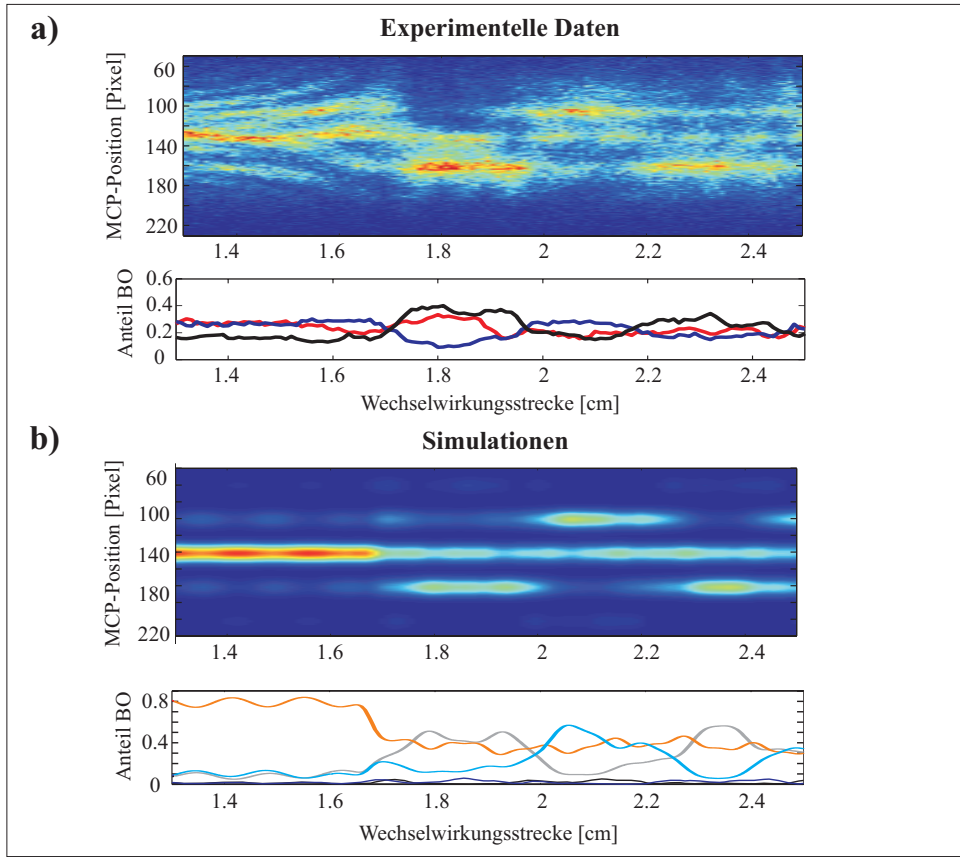


Abbildung 5.18: a) Experimentelle Messung zur Dynamik im Doppeltopfpotential. Zu sehen ist die Propagation der Atome durch das Potential im Impulsraum. Man kann das Einsetzen der absorptiven Stehwelle nach 1.7cm Wechselwirkungsstrecke sowie die darauf folgende Präparation in eine Potentialmulde erkennen. Die Tunneldynamik hat eine Periode von 1.5ms (entspricht bei $v = 27\text{m/s}$ einer Strecke von ca. 4mm). Die ausgelesenen normierten Daten sind im unteren Teilbild zu sehen. Sie zeigen jeweils den Verlauf einer Beugungsordnung (0.BO: rot, +1.BO: blau, -1.BO: schwarz). Darunter sind im Teilbild b) die entsprechenden Simulationsergebnisse dargestellt. Diese sehr gute Übereinstimmung konnte für die Parameter: $V_{ges} = 7.5E_{rec}$, $\Delta\omega_{AOD} = -0.3\text{MHz}$, sowie einen Einfallswinkel der absorptiven Stehwelle von 60.161° erreicht werden, was völlig konsistent mit den aus den Vormessungen erhaltenen Werten ist.

aufsummiert. Man erkennt deutlich das gegengleiche Oszillieren der ± 1 . Beugungsordnungen. Dieses Verhalten ist charakteristisch für das Tunneln in symmetrischen Potentialen, wie sich in Simulationen zeigt.

Eine systematische Untersuchung der Parameter ergab, dass für größere $\Delta\omega_{AOD}$ die Oszillationen immer mehr in Phase geraten. Noch kritischer reagiert das System auf die Potentialhöhe und relative Höhe der Intensitäten der einzelnen Stehwellen zueinander. Für die hier gemachten Messungen wurden Parameter von $V_{ges} = 7.5E_{rec}$ und ein Verhältnis von 0.46 für die Intensität der Stehwelle SW zur Intensität der Stehwelle $SW60$ angenommen. Das sich daraus ergebende Potential im Abstand von $33\mu\text{m}$ vom Spiegel mit den entsprechenden Eigenfunktionen ist in Abbildung 5.19 wiedergegeben. Man erkennt hier, dass die erste Eigenfunktion energetisch noch unterhalb der mittleren Barriere liegt. Die zweite Funktion liegt energetisch leicht darüber. Da die Atome in eine

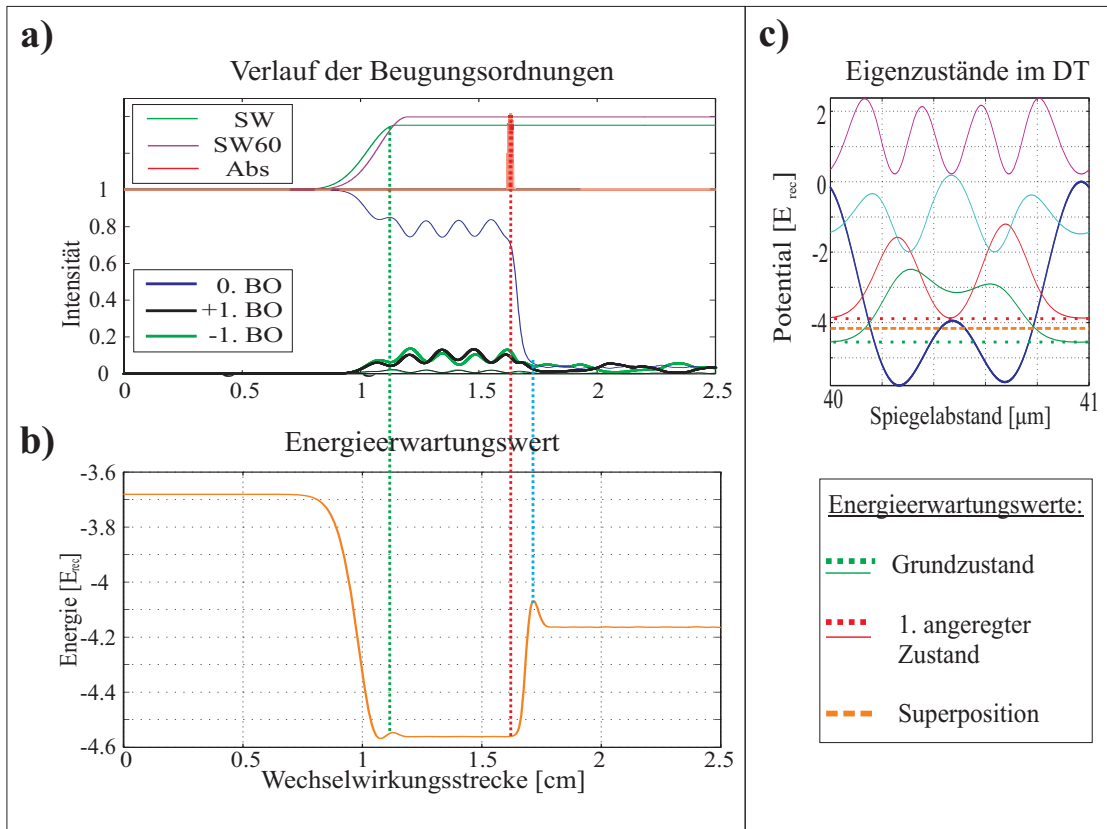


Abbildung 5.19: a) Darstellung des Verlaufs der Intensität der Beugungsordnungen (BO) während der Tunnelmessung. Zur Übersicht ist zusätzlich der schematische Verlauf der Stehwellen eingezeichnet. b) Der Verlauf des Energieerwartungswertes der Wellenfunktion der Atome. c) Das Doppeltopppotential mit Eigenfunktionen (vor der Absorption) und entsprechenden Energieerwartungswerten. Der Energieerwartungswert des ersten angeregten Zustandes liegt oberhalb der mittleren Barriere, der unterhalb der Barriere liegt. Die Superposition der beiden Zustände ergibt dennoch einen Energieerwartungswert, der unterhalb der Barriere liegt. Dies bedeutet, dass die Atome durch die Barriere tunneln müssen und damit die experimentellen Beobachtungen erste Signale zur Tunneldynamik von Atomen im Doppeltopppotential darstellen.

Superposition der beiden Zustände präpariert sind, liegt die Energie der Atome in den Doppeltöpfen zwischen den Eigenenergien der beiden aufgetragenen Zustände und damit noch leicht unterhalb der Barriere. Die Daten zeigen damit erstmals die Tunneldynamik von einzelnen Atomen durch Doppeltoppbarrieren.

Die Verstimmung des Lasers beträgt für sämtliche Experimente 9GHz. Die Wahrscheinlichkeit für spontane Emission ergibt sich für das im Experiment verwendete Doppeltopppotential damit zu (siehe Gleichung 2.40):

$$\Gamma_s \cdot t_{ww} = 6\%, \quad (5.25)$$

wobei t_{ww} die Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Potential ist. Die spontane Emission hat damit keinen schwerwiegenden Einfluss auf die Messergebnisse und wird daher in der Auswertung vernachlässigt.

Es konnte gezeigt werden, dass das System so gut verstanden wird, dass die Dynamik von Atomen in Doppeltopppotentialen untersucht werden kann. Unglücklicherweise erga-

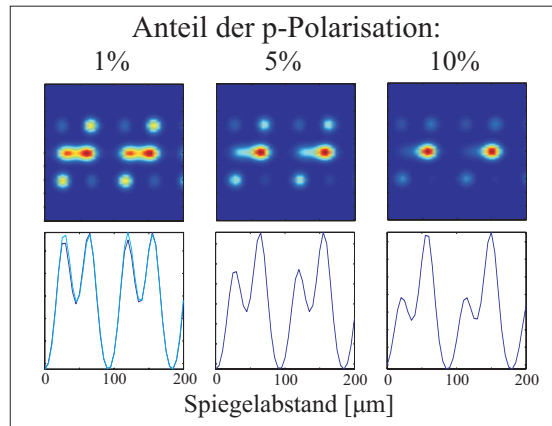


Abbildung 5.20: Simulationen zu Spiegelscans mit verschiedenen Anteilen der p-Polarisation. Bei ca. 5% macht sich ein Einfluss der p-Polarisation in den Scans deutlich bemerkbar. Die Einstellung der Polarisation erfolgt über einen Strahlteiler mit einer Genauigkeit von 100 : 1. Die Annahme, dass eine reine s-Polarisation der Stehwellen in den Tunnelexperimenten vorliegt, ist somit gerechtfertigt. Im ersten Teilbild ist zum Vergleich noch in hellblau die Simulation für reine s-Polarisation eingezeichnet.

ben sich gegen Ende dieser Diplomarbeit diverse Schwierigkeiten, die weitere Messungen unmöglich machten. Daher konnten die Experimente bislang nicht wiederholt werden. Dennoch wird es, sobald die Schwierigkeiten an der Atomstrahlapparatur behoben sind, möglich sein, das Tunneln von Atomen systematisch zu beobachten. Insbesondere ist es, mit dem hier gewonnenen Verständniss der Messmethoden, möglich die Vormessungen in Zukunft zügiger durchzuführen und damit schneller und eindeutiger zum Ziel zu kommen.

Die Abweichung der nullten Ordnung der Simulation zu der des Experiments zeigt, dass im Experiment ein zusätzlicher Effekt existiert, der allein durch nichtadiabatisches Einlaufen in das Potential nicht erklärt werden kann. Simulationen mit steilerem Anstieg der Stehwellenintensitäten zeigen eine eindeutig ausgeprägte Oszillation, die wiederum so nicht in den Messungen auftaucht und damit keine Erklärung für die Dynamik sein kann. Es muss daher ein Effekt sein, der aus bislang noch nicht berücksichtigten Ursachen entsteht. Zum Beispiel könnte der Einfluss einer endlichen Geschwindigkeitsverteilung der Atome zu einem Ausschmieren der Beugungsordnung führen und damit durch nichtadiabatisches Einlaufen die schon vor dem Einsetzen der absorptiven Stehwelle vorhandene Dynamik bewirken. Die bisherigen Simulationen berücksichtigen nur eine mittlere Geschwindigkeit der Atome von 27m/s.

Genauigkeit der Polarisationseinstellung

Nachdem die Ergebnisse der Simulationen, welche die Polarisation berücksichtigen, sehr gut mit den experimentellen Daten übereinstimmen, stellt sich noch die Frage, wie genau die Einstellung der Polarisation der Stehwellen im Experiment erfolgt. Die Polarisation im Experiment wird über einen üblichen Strahlteiler eingestellt, der eine Genauigkeit von 100 : 1 gewährleistet. Berücksichtigt man die Tatsache, dass somit immer ein Teil des Lichtes nicht der eingestellten Polarisation entspricht und außerdem die Achse der Polarisationseinstellung nicht vollständig mit der Reflektionsebene übereinstimmt, soll-

ten auch Mischpolarisationen in den Simulationen zugelassen werden. Dieser Einfluss auf die Ergebnisse wurde daher quantitativ überprüft und ist in Abbildung 5.20 dargestellt. Mischpolarisationen lassen sich realisieren indem anteilig sowohl die s-Polarisation als auch die p-Polarisation in die Rechnung mit einfließen.

In den Simulationen zeigt sich dabei, dass der Einfluss vernachlässigbar ist, da eine Beeinträchtigung der Messergebnisse erst bei einem Anteil von 5% der falschen Polarisation auftritt. Die Größenordnung der Störung des Effekts durch Imperfektionen des Strahlteilers, bzw. durch verkippte Reflektionsebenen bei der absorptiven Stehwelle, ist jedoch im Bereich von einem Prozent (der Anteil durch den Winkel der absorptiven Stehwelle relativ zur Einfallsebene der Stehwelle $SW60$ ist sogar nur in der Größenordnung unter 1%).

Die mit je nur einer reinen Polarisation durchgeführten Simulationen sind damit durchaus berechtigt.

Die Polarisation der absorptiven Stehwelle beeinträchtigt die Ergebnisse nicht. Die Simulationen wurden mit einer p-polarisierten absorptiven Stehwelle gerechnet, was mit den experimentellen Gegebenheiten Übereinstimmt. Rechnungen mit s-polarisierter absorptiver Stehwelle bzw. Mischpolarisationen dieser ergaben qualitativ die gleichen Ergebnisse.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit fasst ein Jahr Mitarbeit an einem Experiment zur Untersuchung der Tunneldynamik von einzelnen Atomen in Doppelpotentialen zusammen. Es konnten erste experimentelle Ergebnisse dazu erzielt werden, obwohl der entscheidende Parameter für die zentrale Eigenschaft der Symmetrie des Potentials erst am Ende dieser Diplomarbeit erkannt wurde. Demzufolge konnten auch noch keine systematischen Messungen, welche die in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse berücksichtigen, durchgeführt werden. Die hier vorgestellte Arbeit beweist dennoch, dass wir unser System und die experimentellen Herausforderungen mittlerweile so gut verstehen und kontrollieren können, dass systematische Untersuchungen zur Tunneldynamik an sich und zur Unterdrückung dieser durch den bislang nur theoretisch vorhergesagten Effekt des *coherent destruction of tunneling* bald möglich sind.

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschreibt die zur experimentellen Durchführung notwendigen Voraussetzungen sowie das theoretische Rüstzeug, um die Vorgänge im Experiment zu verstehen. Dabei wurde besonderer Wert auf die Präparation des Potentials, mit dem die Atome wechselwirken, gelegt. Die Symmetrieeigenschaften dieses Potentials beeinflussen maßgeblich die Dynamik der Atome. Während dieser Diplomarbeit konnte die Polarisation der Stehwellen als eine Ursache für bisher unverstandene Probleme bei der Erzeugung der gewünschten Potentialform festgestellt werden, deren Behebung zur erstmaligen Beobachtung des Tunnelns massiver Teilchen im periodischen Doppelpotential führte.

Zur Durchführung der Experimente wird ein intensiver Atomstrahl aus metastabilen Argonatomen erzeugt. Dieser Strahl durchläuft in der Experimentierkammer das aus stehenden Lichtwellen präparierte Potential. Multichannelplates dienen zur Detektion der Interferenzbilder der Materiewellen im Fernfeld, anhand derer auf die Dynamik der Atome im Potential geschlossen werden kann.

Zur Beobachtung der Tunneldynamik ist die Präparation der Atome in nur jede zweite Potentialmulde erforderlich. Dies erfolgt durch die räumlich selektive Anregung der metastabilen Atome in einen Zustand, der in den Grundzustand zerfällt. Da die Detektion auf der großen inneren Energie des metastabilen Zustands basiert, können Atome im Grundzustand nicht detektiert werden und erscheinen so absorbiert. Die Absorption

aus jeder zweiten Potentialmulde wird durch eine stehende Welle erreicht, die den entsprechenden Übergang induziert und deren Periode durch den Einfallswinkel auf den Spiegel so gewählt wird, dass sie lokal ungefähr die Periode des Doppeltopfes besitzt. Dabei muss sie um $\pi/4$ phasenverschoben sein, so dass die Intensitätsmaxima dieser absorptiven Stehwelle gerade in Potentialminima des Doppeltopfpotentials liegen und dort folglich selektiv die Atome absorbiert werden können.

Das Doppeltopfpotential wird aus zwei stark aufgeweiteten, um ca. 41MHz mittels eines Akusto-Optischen Deflektors (AOD) frequenzverschobenen Laserstrahlen erzeugt, die an einem Goldspiegel in der Experimentierkammer reflektiert werden. Damit das gewünschte Doppeltopfmuster entsteht, bilden die Stehwellen zueinander einen 60° Winkel, wodurch sich die effektive Periode der unter dem Winkel reflektierten Stehwelle $SW60$ relativ zur Anderen gerade verdoppelt. Dieses System ist extrem sensibel auf diesen Winkel, da bereits minimale Abweichungen zu einer veränderten Periode und damit zu einer mit dem Abstand vom Spiegel zunehmenden Asymmetrie des Doppeltopfpotentials führt. Diese Asymmetrie bedeutet ungleich tiefe Potentialminima innerhalb jedes Doppeltopfes und ist insbesondere für die Untersuchung des *coherent destruction of tunneling* zu vermeiden.

Obwohl mit höchster Präzision eine Abstimmung der Winkel zwischen dem durch den AOD gebeugten Strahl und dem Winkel der Goldspiegeleinheit erfolgte, ließ sich kein eindeutig symmetrisches Potential erzeugen. Vielmehr ergaben sich inkonsistente Ergebnisse bei verschiedenen Messmethoden woraufhin eine detailliertere Untersuchung der Reflektion am Goldspiegel stattfand.

Dabei konnte festgestellt werden, dass am Spiegel Phasensprünge von $\varphi \neq \pi$ auftreten, da Gold kein idealer Leiter ist. Dies bedeutet, dass die stehenden Wellen keinen Knoten an der Spiegeloberfläche ausbilden. Das wäre im Prinzip kein Problem für die Durchführung dieser Experimente, da der Atomstrahl in einem beliebigen Abstand von 0 bis $100\mu\text{m}$ Entfernung vom Spiegel durch das Potential geleitet werden kann. Die Komplikation, ergibt sich vielmehr daraus, dass die Phasenverschiebung vom Einfallswinkel der Laserstrahlen auf den Spiegel abhängt. Daher besitzen die beiden Stehwellen eine unterschiedliche Phasenverschiebung wodurch sich keine symmetrische Doppeltopfform ausbildet. Diese Asymmetrie ist unabhängig vom Abstand zum Spiegel, da die Phasenverschiebung zwischen den beiden Stehwellen konstant bleibt.

Es konnte jedoch auch gezeigt werden, dass die Nutzung s-polarisierter Stehwellen gegenüber der zuvor verwendeten p-Polarisation zu einer vernachlässigbar geringen Beeinträchtigung der Symmetrie der Doppeltopfform führt. Dies bedeutet, dass dem Problem einfach durch die Einstellung der „richtigen“ Polarisation entgangen werden kann.

Mithilfe von Simulationen zur Untersuchung unseres Potentials konnte auch die Sensibilität des Potentials auf die Frequenzverschiebungen am AOD quantitativ erfasst werden. Bereits bei einer Abweichung der Frequenz um $\Delta\omega_{AOD} = 0.3\text{MHz}$ ist die Symmetrie so stark gestört, dass die Messungen die Doppeltopfstruktur nicht mehr auflösen können. Auch der Einfluss des Einfallswinkels der absorptiven Stehwelle, die zur Präparation des gewünschten Ausgangszustands gebraucht wird, konnte genau analysiert werden, wodurch zukünftige Ergebnisse von Vormessungen genauer verstanden werden können.

Dank der Feststellung, dass die Polarisierung einen erheblichen Einfluss auf die Symmetrie unseres Potentials besitzt, konnten mit der richtig eingestellten Polarisierung erstmals Signale der Dynamik einzelner Atome in einem symmetrischen Doppelpotential erhalten werden. Die Messergebnisse wurden in dieser Arbeit vorgestellt und mit Simulationen verglichen. Dabei zeigte sich eine hervorragende Übereinstimmung der experimentellen Daten mit den Simulationsergebnissen. Die Berücksichtigung der Polarisierung erklärt eindeutig die beobachteten Phänomene. Es gelang damit erstmals die Tunneldynamik von massiven Teilchen direkt zu beobachten.

Ausblick

Nachdem das erste Nahziel dieses Experiments, die Beobachtung des Tunnelns, erreicht ist können nun systematische Untersuchungen der Tunneldynamik erfolgen.

Das nächste Ziel ist dabei die Überprüfung des Effektes des *coherent destruction of tunneling*, was eine neuartige Kontrolle quantenmechanischer Systeme ermöglichen würde. Dabei wird das System durch starkes Treiben daran gehindert die Tunnelbewegung auszuführen. Die Umsetzung des Treibens kann in dem hier vorgestellten Aufbau vergleichsweise einfach durch periodische Veränderung der AOD Frequenz erreicht werden. Dabei könnte auch der Einfluss von Dissipation auf den Effekt studiert [42] und weitere Parameterbereiche des getriebenen Doppelpotentials untersucht werden [43].

Da der Effekt des *coherent destruction of tunneling*, wie sich in den theoretischen Untersuchungen gezeigt hat, kritisch von der Symmetrie des Potentials und der des Treibens abhängt sollte es darüberhinaus möglich sein kleinste Potentialänderungen durch eine endliche Tunnelrate nachzuweisen. Solche Potentialänderung könnten zum Beispiel durch äußere Potentiale wie Gravitation, Oberflächenkräfte usw. hervorgerufen werden. Dieser quantenmechanische Interferenzeffekt des *coherent destruction of tunneling* basiert auf besonderen Symmetriebedingungen des Systems. Wird diese Symmetrie durch ein zusätzliches, externes Potential gebrochen, kann Tunneln nicht mehr verhindert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] M. Planck. *The Philosophy of Physics*. W.W. Norton & Company, 1936.
- [2] A. Einstein. *Zur Quantentheorie der Strahlung*. Phys. Z., 18:121, 1917.
- [3] A.H. Compton und A. Simon. *Measurements of β -Rays Associated with Scattered X-Rays*. Phys. Rev., 25:306, 1925.
- [4] L. de Broglie. *A Tentative Theory of Light Quanta*. Philos. Mag., 47:446, 1924.
- [5] C. Davison und L.H. Germer. *Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel*. Phys. Rev., 30:705, 1927.
- [6] G. Binnig und H. Rohrer. *Scanning Tunneling Microscopy*. IBM J. Res. Dev., 30:355, 1986.
- [7] C. Zener. *Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels*. Proc. R. Soc. A, 137:696, 1932.
- [8] A. Barone und G. Paterno. *Physics and Applications of the Josephson Effect*. John Wiley & Sons, 1982.
- [9] F. Hund. *Zur Deutung von Molekelspektren III*. Z. Phys., 43:805, 1927.
- [10] F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung und P. Hänggi. *Coherent Destruction of Tunneling*. Phys. Rev. Lett., 67:516, 1991.
- [11] C.S. Adams, M. Sigel und J. Mlynek. *Atom Optics*. Phys. Rep., 240:143, 1994.
- [12] R. Frisch. *Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstoßes*. Z. Phys., 86:42, 1933.
- [13] E. Hecht und A. Zajac. *Optics*. Addison-Wesley, 1979.
- [14] L. Rayleigh und W. Ramsay. *Argon, a New Constituent of the Atmosphere*. Phil. Trans. R. Soc. London, 186:187, 1895.
- [15] H. Katori und F. Shimizu. *Lifetime Measurements of the $1s_5$ Metastable State of Argon and Krypton with a Magneto-Optical Trap*. Phys. Rev. Lett., 70:3545, 1993.
- [16] P. Meystre. *Atom Optics*. Springer-Verlag, 2001.
- [17] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc und G. Grynberg. *Atom-Photon Interactions*. John Wiley & Sons, 1992.

- [18] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. *Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: the dipole force revisited*. J. Opt. Soc. Am. B, 2:1707, 1985.
- [19] B. Brezger. *Neue Lichtmasken in der Atomlithographie*. Dissertation, Universität Konstanz, 1999.
- [20] R. Stützle. *Atomlithographie mit dissipativen Lichtmasken*. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2001.
- [21] F. Schwabl. *Quantenmechanik*. Springer-Verlag, 1990.
- [22] B.R. Mollow. *Power Spectrum of Light Scattered by Two-Level Systems*. Phys. Rev., 188:1969, 1969.
- [23] H.J. Metcalf und P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer-Verlag, 1999.
- [24] C. Kittel. *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 2002.
- [25] G.P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 1995.
- [26] J.J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1985.
- [27] R. Stützle. *Nicht zerfließende Wellenpakete in imaginären Potentialen*. Dissertation, Universität Heidelberg, 2006.
- [28] M. Störzer. *Realisierung eines langsamen intensiven Strahls metastabiler Argonatome*. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2003.
- [29] M. Göbel. *Propagation von Materiewellen in imaginären Potentialen*. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2004.
- [30] J. Kawanaka, M. Hagiuda, K. Shimizu, F. Shimizu und H. Takuma. *Generation of an Intense Low-Velocity Metastable Neon Atomic Beam*. Appl. Phys. B, 56:21, 1993.
- [31] W.D. Phillips und H. Metcalf. *Laser Deceleration of an Atomic Beam*. Phys. Rev. Lett., 48:596, 1982.
- [32] A. Scholz, M. Christ, D. Doll, J. Ludwig und W. Ertmer. *Magneto-Optical Preparation of a Slow, Cold and Bright Ne* Atomic Beam*. Opt. Commun., 111:155, 1994.
- [33] E. Riis, D.S. Weiss, K.A. Moler und S. Chu. *Atom Funnel for the Production of a Slow, High-Density Atomic Beam*. Phys. Rev. Lett., 64:1658, 1990.
- [34] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D. Pritchard. *Trapping of Neutral-Sodium Atoms with Radiation Pressure*. Phys. Rev. Lett., 59:2631, 1987.
- [35] W. Demtröder. *Laserspektroskopie*. Springer-Verlag, 1991.

- [36] T. Hörner. *Propagation von Materiewellen in periodischen Doppelpotentialen*. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2005.
- [37] W.R. Klein und B.D. Cook. *Unified Approach to Ultrasonic Light Diffraction*. IEEE Trans. Sonics Ultrason., SU-14:123, 1967.
- [38] M.K. Oberthaler, R. Abfalterer, S. Bernet, C. Keller, J. Schmiedmayer und A. Zeilinger. *Dynamical Diffraction of Atomic Matter Waves by Crystals of Light*. Phys. Rev. A, 60:456, 1999.
- [39] M.K. Oberthaler. *Wellen im periodischen Medium am Beispiel atomarer Materiewellen in Lichtkristallen*. Dissertation, Universität Innsbruck, 1997.
- [40] B.E.A. Saleh und M.C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, 1991.
- [41] E.D. Palik. *Handbook of Optical Constants of Solids*. Academic Press, 1985.
- [42] T. Dittrich, B. Oelschlägel und P. Hänggi. *Driven Tunneling with Dissipation*. Europhys. Lett., 22:5, 1993.
- [43] M. Grifoni und P. Hänggi. *Driven Quantum Tunneling*. Phys. Rep., 304:229, 1998.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die auf irgendeine Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

- Markus Oberthaler möchte ich danken für die Möglichkeit an diesem spannenden Experiment mitzuarbeiten. Er hat mit seiner einzigartigen Art die Gruppe zu leiten und seinem unerschöpflichen mitreißenden Optimismus für ein ganz besonderes Klima in der Gruppe gesorgt. Ich danke ihm auch für die hundertprozentige Unterstützung im Experiment und für aufmunternde Schokolade in harten Zeiten.
- Prof. Jörg Schmiedmayer danke ich für die freundliche Bereitschaft diese Arbeit zu begutachten.
- Meiner betreuenden Doktorandin Lisa Kierig danke ich für eine super Zeit im Labor, für eine ideale Einweisung in das Experiment und in die Arbeitsgruppe und für die endlose Motivation in schlechten Zeiten nicht aufzugeben.
- Meiner Nachfolgerin Ute Schnorrberger (genauso wie Lisa) danke ich für viel Spaß im Girlscamp. Ich wünsche Euch beiden viel Erfolg! Aber lasst bloß das Methanol aus dem Spiel! ;-)
- Vielen Dank an Ralf Stütze, dem ehemaligen betreuenden Doktoranden des Experimentes. Danke für unermüdliche Erklärungen aller physikalischen Fragen, eine nette Zeit, seine witzige Art und für die gnadenlose Hilfsbereitschaft und Betreuung auch über 150km Entfernung.
- Ich danke Børge Hemmerling für die Leidensgenossenschaft, für die Gesellschaft im Büro und für die Versorgung mit Tee und witzigen Sprüchen. Danke auch an Timo Ottenstein für die stetige Verpflegung zum Kaffee.
- Der restlichen Kollegschaft aus den Nachbarlabors Rudolf Gati, Jérôme Estève und Matthias Weickert sowie allen neu dazugekommenen danke ich für nette Kaffeerunden und eine ganz besondere Stimmung in der Gruppe.
- Den ehemaligen Doktoranden Bernd Eiermann und Michael Albiez danke ich für ihren Beitrag zur Gruppenatmosphäre. Michael Albiez noch einmal vielen Dank für „Regina“!
- Ich danke meinem Freund Markus für die Unterstützung und die Geduld meiner Launen, für die Versorgung mit Laptop, Ideen und allem was ich gebraucht habe in dieser Zeit.
- Und natürlich danke ich auch meiner Familie für die bedingungslose Unterstützung, die Zuflucht und die aufmunternden Worte. Ohne den Rückhalt von Zuhause wäre ich nicht so weit wie ich jetzt bin.

Erklärung:

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den _____

Unterschrift